











*208 pages*

# NOUVEAUX PRINCIPES

DE LA

## PERSPECTIVE LINÉAIRE,

*Traduction de deux Ouvrages ;*

L'un Anglois, du Docteur BROOK TAYLOR.

L'autre Latin, de M. PATRICE MURDOCH.

AVEC

Un Essai sur le Mélange des Couleurs ;  
par NEWTON.

AVEC FIGURES.



A AMSTERDAM,

Chez WESTEIN.

---

M. DCC. LVII.

# THE HISTORICAL RECORD

OF THE  
CITY OF BOSTON

FROM 1630 TO 1880

BY  
J. B. H. B. H. B. H.

OF THE  
CITY OF BOSTON

AND  
OF THE  
COUNTY OF SUFFOLK

IN  
1880

THE  
HISTORICAL RECORD

OF THE  
CITY OF BOSTON

FROM 1630 TO 1880



THE  
HISTORICAL RECORD

OF THE  
CITY OF BOSTON

FROM 1630 TO 1880

## AVIS AU LECTEUR.

IL s'est glissé quelques fautes dans les Figures; on n'a pas été à tems d'y remédier que par un *Errata*. Les corrections vont y être indiquées avec la plus grande exactitude, à cause de l'importance du sujet; quoique la plupart des Lecteurs eussent été en état de les faire par eux-mêmes.

Figure Planche

1. 1. ON a oublié un *e* dans la projection du cube à la pointe qui repond à l'angle F. les lettres de la ligne *de* doivent être en caractère romain.
2. 1. Les lettres de l'Orthographie projetée dans le plan GHLM doivent être en caractère romain.
5. 1. Il manque une ligne qui doit être tirée du point O au point G: il manque pareillement un *g* dans le point où cette ligne rencontreroit le plan du tableau.
7. 1. Le *b* qui termine la ligne *ab* doit être en caractère romain.  
Le *C* qui divise la ligne *ab* doit être un *c* italique.
15. 3. Les lettres placées le long de la ligne PS doivent être toutes en caractère romain.
19. 4. La lettre S au sommet de l'angle FSI doit être italique.  
Toutes les lettres qui sont dans l'objet de l'Orthographie de cette figure doivent être en caractère romain.  
On a oublié de graver l'ombre du cube V. cette ombre devoit se terminer en pointe à la lettre *u*.
20. 4. On a oublié la lettre *f* sur le morceau du mur I. cette lettre doit être placée vers I dans l'ombre du mur DF.  
On a pareillement omis la lettre *b* sur la marche la plus basse de l'escalier à l'angle de cette marche, où se termine la ligne *ms*.

Figure Planché

21. 5. La lettre *h* qui divise la ligne *Sh* doit être en caractère romain.

Le *g* le plus près de *K* doit aussi être en caractère romain.

On a oublié la lettre *t*, qui doit être au point où la ligne *Tr* coupe la ligne *KN*.

22. 5. La lettre *S* au sommet de l'angle *CSA*, doit être italique.

26. 6.  $\zeta$  dans la ligne *XzV* doit être majuscule.

27. 6. Les deux  $\pi$  qui terminent la ligne  $\pi p \pi$  doivent être petits  $\pi$ .

29. 6. Le  $\zeta$  qui divise la ligne *CM* doit être majuscule.

*Fautes à corriger dans le corps de la Matière.*

Page Ligne

55. 23. Égale chacune à *md*, lisez égale chacune à *md*.

56. 5. Faites *ms* égale à *md*, lisez faites *ms* égale à *md*.

83. 10. Dans leurs points de fuite *G*, *H*, *L*, lisez dans leurs points de fuite *G*, *H*, *I*.

104. 6. Opposée à *Z*, lisez opposée à *z*.

121. 20. La projection deviendra  $\frac{rxp+x}{a+p+x}$ ; d'où retranchant  $\frac{pr}{a+p}$ ; le reste  $\frac{arx}{a+px+pr+x}$  sera &c. Lisez la projection deviendra  $\frac{rxp+x}{axp+x}$ ; d'où retranchant  $\frac{pr}{a+p}$ , le reste  $\frac{arx}{a+px+pr+x}$ .

---

# T A B L E

## DES MATIERES.

<b>P</b> RÉFACE du Traducteur,	pag. j
Nécessité de la connoissance de la Perspective pour réussir dans plusieurs autres Sciences,	ibid.
<i>Avantages du Traité de M. Taylor sur tous ceux qui ont paru jusqu'à présent,</i>	v
Accueil fait à cet ouvrage en Angleterre,	vij
Idées fondamentales de la Perspective ramenées sous un plan général,	ibid.
<i>Définition de la Perspective,</i>	ibid.
<i>Division de cette même science,</i>	vij
<i>Problème général de Perspective,</i>	x
Trois choses dans la Perspective dont la connoissance est absolument nécessaire,	xj
<i>Cinq plans dont il faut connoître la position &amp; les intersections,</i>	xij
Comparaison des termes dont se sert M. Taylor, avec ceux qui ont été en usage jusqu'à présent,	xxj
<i>Méthode générale pour trouver la Perspective d'un objet donné par le moyen des lignes perpendiculaires &amp; parallèles,</i>	xxix
PREFACE de M. Taylor, ou Introduction à son Traité sur la Perspective,	xxxvij
<i>Motifs qui ont engagé l'Auteur à donner ce</i>	

# T A B L E

<i>Traité,</i>	xxxix
<i>Exemples ajoutés à cet Ouvrage dans les Editions postérieures, &amp; les raisons qu'on a eu de le faire,</i>	xliij
<i>Réponses aux objections qu'on peut faire à l'Auteur sur ce qu'il a traité sa matiere trop géométriquement,</i>	xlv
<i>Division de l'art de la Peinture,</i>	xlix
<i>Méthode sur la maniere d'instruire les jeunes Eleves dans l'art de la Peinture,</i>	lj
<i>Motifs de la digression sur les couleurs,</i>	liij
<i>TRAITÉ sur la Perspective, par M. Taylor.</i>	
<i>Partie I.</i>	pag. 1
<i>Définitions,</i>	de 1 à 12
<i>Axiomes,</i>	13
<i>THEORÈME I. Toute ligne menée du centre du tableau au centre de la ligne de fuite, est perpendiculaire à cette ligne de fuite,</i>	15
<i>THEORÈME II. La représentation en Perspective d'un objet, ou sa projection, ne diffère pas de la scénographie du même objet sur le tableau, le point de l'œil étant le sommet du cone optique,</i>	16
<i>THEORÈME III. La projection indéfinie d'une ligne droite, qui n'est pas parallele au tableau, passe par l'intersection de cette ligne &amp; par le point de fuite,</i>	19
<i>THEORÈME IV. La projection d'une ligne objective parallele au tableau, est parallele à cette ligne objective,</i>	22

## DES MATIERES.

- THEOR. V. *La projection d'une ligne est parallèle à sa directrice,* 24
- THEOR. VI. *La ligne de fuite, l'intersection, & la ligne de direction d'un plan objectif sont parallèles entr'elles,* 25
- THEOR. VII. *Les points de fuite de toutes les lignes d'un plan objectif sont dans la ligne de fuite de ce plan,* 26
- THEOR. VIII. *Les intersections de toutes les lignes du même plan objectif avec le tableau, sont dans l'intersection de ce plan avec le tableau,* 28
- PROBLÈME I. *Etant donnés le centre & la distance du tableau, & un point du tableau où tombe la perpendiculaire abaissée du point objectif, de même que la distance de ce point objectif au tableau; trouver la projection de ce point,* 29
- PROBL. II. *Etant donnée l'intersection d'une ligne objective avec le tableau, sa position sur le tableau, & par conséquent l'angle qu'elle forme avec le tableau, le centre du tableau, & la distance de l'œil au tableau; trouver la projection de cette ligne, son point de fuite & la distance de l'œil au point de fuite,* 31
- PROBL. III. *La projection d'une ligne étant donnée avec son point de fuite; trouver la projection d'un point qui divise en raison donnée la ligne objective,* 33
- PROBL. IV. *Etant donnée sur la projection in-*

# T A B L E

*définie d'une ligne la portion AB, projection d'une partie de cette ligne & son point de fuite V, couper d'un point donné C de la projection indéfinie un segment, qui soit la projection d'une autre partie donnée de la même ligne objective correspondante à la projection déterminée AB,* 35

PROBL. V. *Etant donné le centre du tableau & la distance de l'œil au tableau avec l'intersection d'un plan & son inclinaison au tableau; trouver la ligne de fuite, le centre & sa distance,* 37

PROBL. VI *Etant donnée l'intersection d'un plan objectif, sa ligne de fuite, son centre & sa distance; trouver la projection d'une ligne quelconque du plan objectif, de manière que les figures de ce plan objectif soient représentées dans leurs justes proportions,* 38

PROBL. VII. *Les mêmes choses étant données comme dans le Problème précédent; trouver la projection d'une figure qui est dans le plan objectif,* 43

PROBL. VIII. *Trouver la projection d'une figure qui est dans un plan parallèle au tableau,* 46

PROBL. IX. *Etant donnée l'intersection d'un plan, sa ligne de fuite, son centre & sa distance; trouver la projection objective d'une projection faite sur le tableau,* ibid.

PROBL. X. *Les mêmes choses étant données,*



## DES MATIERES.

- trouver seulement la longueur de la ligne objective d'une projection donnée ,* 48
- PROBL. XI.** *Etant donnée la ligne de fuite d'un plan , son centre & sa distance & la projection d'une ligne de ce plan ; trouver la projection d'une autre ligne du même plan qui forme un angle donné avec la première ,* 49
- PROBL. XII.** *Etant donnée la ligne de fuite d'un plan , son centre & sa distance , & la projection d'un côté d'un triangle de ce plan d'une espèce donnée ; trouver la projection de tout le triangle ,* 51
- PROBL. XIII.** *Etant donnée la ligne de fuite d'un plan , son centre & sa distance , & la projection d'un côté d'une figure de ce plan ; trouver la projection de toute la figure ,* 52
- Exemple I.** *Etant donnée la ligne de fuite d'un plan , son centre & sa distance , & la projection d'un côté d'un hexagone régulier ; trouver la projection de la figure entière ,* 53
- Exemple II.** *Les mêmes choses étant données , comme dans l'exemple précédent , trouver la projection d'un icosaëdre régulier assis sur une de ses faces ,* 54
- Exemple III.** *Trouver la projection entière d'un dodécaëdre régulier ,* 56
- Exemple IV.** *Trouver la projection entière d'un octaëdre régulier .* 57
- PROBL. XIV.** *Etant donné le centre & la distance du tableau , avec la ligne de fuite d'un*

# T A B L E

- plan ; trouver le point de fuite des lignes perpendiculaires à ce plan ,* 58
- PROBL. XV.** *Etant donné le centre & la distance du tableau ; trouver la ligne de fuite , son centre & la distance des plans perpendiculaires aux lignes qui ont un certain point de fuite donné ,* 60
- PROBL. XVI.** *Etant donné le centre & la distance du tableau , mener par un point donné la ligne de fuite d'un plan perpendiculaire à un autre plan , dont la ligne de fuite est donnée , & trouver le centre & la distance de cette ligne de fuite ,* 61
- PROBL. XVII.** *Etant donné le centre & la distance du tableau , & le point de fuite de l'intersection commune de deux plans inclinés l'un à l'autre par un angle donné , avec la ligne de fuite de l'un des deux , trouver la ligne de fuite de l'autre plan ,* 63
- PROBL. XVIII.** *Etant donné le centre & la distance du tableau , avec la ligne de fuite de l'une des faces d'un solide proposé & la projection d'une ligne dans cette face ; trouver la projection de toute la figure ,* 65
- Exemple V.** *Etant donnée la projection de l'un des côtés d'un dodécaèdre régulier ; trouver la projection de la figure entière par le moyen de l'ichnographie & de l'orthographie ,* 66
- Exemple VI.** *Trouver par la même voie les projections d'un tétraèdre , d'un octaèdre & d'un icosaèdre ,* 70
- Exemple. VII.** *Trouver les ombres produites par*

# DES MATIÈRES.

<i>différens corps sur différens plans ,</i>	73
<b>Exemple VIII.</b> <i>Trouver la projection d'un objet &amp; de sa réflexion dans l'eau ,</i>	75
<b>Exemple IX.</b> <i>Trouver la projection d'un tableau placé sur le chevalet , &amp; de sa réflexion dans un miroir ,</i>	78
<b>TRAITÉ</b> <i>sur la Perspective. Partie II.</i>	81
<b>PROBL. XVIII.</b> <i>Etant donnée la projection d'une ligne divisée &amp; son point de fuite ; trouver la proportion des parties de la ligne objective, ibid.</i>	
<b>PROBL. XIX.</b> <i>Etant donnée la projection d'une ligne divisée en deux parties &amp; la proportion des parties objectives ; trouver son point de fuite,</i>	82
<b>PROBL. XX.</b> <i>La projection d'un triangle étant donnée , avec sa ligne de fuite , son centre &amp; sa distance ; trouver l'espèce du triangle objec- tif ,</i>	83
<b>PROBL. XXI.</b> <i>Etant donnée la projection d'un triangle d'une espèce donnée &amp; sa ligne de fu- ite ; trouver le centre &amp; la distance de cette ligne de fuite ,</i>	84
<b>PROBL. XXII.</b> <i>Etant donnée la projection d'un trapeze d'une espèce donnée ; trouver sa ligne de fuite , son centre &amp; sa distance ,</i>	85
<b>PROBL. XXIII.</b> <i>Etant donnée la projection d'un parallelipipède rectangle ; trouver le centre &amp; la distance du tableau , avec l'espèce de la fi- gure objective ,</i>	86
<b>SUPPLEMENT ,</b>	89
<i>Description d'une méthode pour représenter ai-</i>	

# T A B L É.

<i>sement toute sorte de figures sur une surface quelque irrégulière qu'elle soit ,</i>	89.
<i>Nouvelle Théorie sur le mélange des couleurs , se- lon les principes de l'Optique de Newton ,</i>	93
<i>Méthode pour connoître la couleur qui doit résul- ter du mélange de telles &amp; telles couleurs don- nées ,</i>	96
<i>Trouver selon la même méthode les différentes couleurs qui sont entrées dans le mélange qui a produit telle couleur donnée ,</i>	100
<i>Exemples de cette méthode réduite en pratique ,</i>	103
<i>PRINCIPES de la Perspective , par M. Pa- trice Murdoch ,</i>	111
<i>Définitions ,</i>	ibib. & suiv.
<i>PROBLÈME UNIQUE : Etant donné le point de l'œil , le tableau &amp; un point objectif ; trouver la projection de ce point ,</i>	113
<i>I. Cas , où le tableau se trouve entre le point de l'œil &amp; le point objectif ,</i>	115
<i>II. Cas , où le point objectif est du côté de l'œil , mais plus proche du tableau , que l'œil ,</i>	118
<i>III. Cas , où le point objectif est encore du même côté , mais plus éloigné du tableau que l'œil ,</i>	ibid.
<i>Divers Corollaires qui suivent de ce Problème ,</i>	119



# P R É F A C E .

## D U T R A D U C T E U R .

**L**A Perspective n'est point une de ces sciences isolées , qu'on apprend le plus souvent sans autre espoir , que de compléter un cours d'étude qu'on s'est proposé , & qu'on peut ignorer par la même raison , sans que cela tire à conséquence pour d'autres connoissances qu'on auroit en vue. Elle est tellement liée à certains arts , qu'on ne peut y réussir qu'avec son secours. C'est d'elle que l'Architecture, la Sculpture & la Peinture empruntent non-seulement tous leurs agrémens , mais encore la plûpart de leurs regles & de leurs principes.

a

Je dis qu'il y a une union étroite entre la Perspective & l'Architecture ; & elle est même si naturelle , que ce feroit inutilement , qu'on se flateroit de se perfectionner dans celle-ci , sans être instruit des regles de celle-là : & peut-on en effet , sans y avoir recours , assigner les justes proportions d'un édifice , d'une maniere à satisfaire pleinement l'œil du Spectateur ? D'où vient qu'on regarde souvent sans plaisir & sans goût un vaste bâtiment, où l'on aura prodigué tous les ornemens dont l'Architecture est susceptible ? N'est-ce pas parce qu'il pêche contre les regles de la Perspective ? Ce seul défaut éclipse tout le reste , & l'on ne peut voir sans regret , qu'un assemblage de tant d'ornemens ne serve qu'à revolter davantage le goût d'un vrai connoisseur.

Je n'ignore pas qu'un Architecte peu instruit des regles de la Perspective, tâche de suplérer à ce défaut de connoissance, & que parmi bien des ressources qu'on emploie assez inutilement en pareil cas, il en est une à laquelle on recourt le plus ordinairement. On cherche dans des ouvrages déjà executés des modelles qu'on imite servilement. Ce n'est pas le moyen d'exceller jamais dans son Art, que de s'affervir ainsi à n'être jamais que l'écho des idées d'autrui. Dailleurs comme la situation des lieux & l'étendue du terrain sont presque toujours différentes, elles ne permettent que très rarement de pouvoir copier exactement le modèle qu'on s'est proposé, & l'on tente souvent à pure perte d'exécuter en petit, ce qui n'a été fait que pour paroître en grand : aussi arri-

ve-t-il qu'on ne donne ordinairement qu'une très mauvaise copie d'un original excellent. C'est ce que nous voyons tous les jours, surtout par rapport aux Eglises. Un Architecte n'agira qu'au hazard, s'il ne cherche dans les principes de la Perspective des règles sûres qui puissent le guider dans la manière d'assigner les proportions de toutes les parties de l'édifice qu'il entreprend, mais surtout de celles qui, étant intérieures, ne se trouvent point sur le même plan que les murs de façade.

On verra dans l'Introduction suivante que la Perspective est encore plus nécessaire à la Sculpture & à la Peinture qu'à l'Architecture. Cependant il en est peu, parmi ceux qui cultivent ces arts même avec succès, qui prouvent par l'exactitude de leurs ouvrages, qu'ils



ayent donné quelque temps à l'étude de cette science. Ce n'est pas que nous manquions de Livres sur cette matiere ; & quoique cette partie des Mathématiques n'ait pas été poussée aussi loin que les autres , nous avons pourtant quelques bons ouvrages sur la Perspective : mais quelques-uns sont à la suite d'un cours entier , qu'un Artiste ne se détermineroit à acheter qu'avec peine , pour acquérir cette seule partie dont il a besoin. Ceux qui ont été imprimés séparément ne laissent pas d'être d'un prix excessif, soit par la grosseur du volume , soit par la quantité des planches dont ils sont surchargés. On a évité ce double inconvénient dans le Livre dont je donne ici la traduction , sans tomber dans celui où l'on tombe communément , quand à force de vouloir être court , on se rend obscur & inintelligible. a iij

L'Auteur y établit les principes les plus généraux & les plus étendus, il les y développe avec clarté & précision, & lors même qu'il traite son sujet en grand Géomètre, il sçait le mettre à la portée de ceux qui n'auroient que les plus foibles connoissances de la Géométrie. Quoiqu'on n'ait pas communément cette idée du Docteur *Brook Taylor*, déjà si connu par son excellent Livre intitulé: *Methodus incrementorum directa & inversa*, & encore plus par les disputes littéraires avec le fameux M<sup>r</sup>. Bernoulli de l'Académie des Sciences, on fera forcé de convenir, que le même homme qui avoit paru ne pas s'expliquer assez clairement dans une matiere qui porte toute sur le calcul le plus abstrait, à pu se rendre clair & intelligible dans une autre, où il ne fait que déduire géométri-

quement les conclusions les plus immédiates des principes les plus simples. L'accueil favorable que le Public a fait en Angleterre à ce petit Ouvrage , jusques à exiger qu'on en donnât une troisième édition , suffit pour en faire l'éloge.

J'ai cru que pour donner encore plus de clarté à ce Traité, je pouvois ramener ici sous un plan général certains points fixes qui en sont comme les principes, & qu'on peut à juste titre regarder comme les idées fondamentales de cette partie des Mathématiques.

La Perspective n'est autre chose , qu'une représentation exacte , ou une peinture parfaitement ressemblante des objets présentés à l'œil ; ce qui se fait en interceptant tous les rayons qui vont de l'œil à l'objet ; ainsi un tableau exé-

cuté selon toutes les règles de la Perspective, doit parfaitement supléer pour l'objet, & faire par rapport à l'œil le même effet absolument que feroit l'objet s'il étoit présent.

Selon cette définition, la Perspective peut se diviser en deux parties, dont l'une est la juste proportion des parties de l'objet représentées sur le tableau, & l'autre est le rapport de la quantité de lumière réfléchie sur le tableau par les différentes parties de l'objet. Ce n'est ordinairement que la première partie, ou la proportion des parties de l'objet sur le tableau, qui fait le sujet des traités de Perspective; la seconde n'est pourtant pas moins nécessaire à la Peinture, pour ménager le *clair-obscur*; elle n'est pas non plus indépendante des règles géométriques; mais elle embrasse le rap-

port des couleurs , dont la connoissance exacte appartient plutôt à la Physique qu'aux Mathématiques.

Quoique la représentation d'un objet puisse se faire sur une surface quelconque , plane ou courbe , concave ou convexe , & qu'il ne soit pas nécessaire que le tableau soit toujours une surface plane ; cependant il sera bon de la regarder comme telle , lorsqu'on voudra opérer d'une manière plus simple & plus courte : car si on supposoit qu'on eût à travailler sur un tableau dont la surface fût courbe ou composée d'un nombre considérable de plans différens , le problème ne seroit pas pour cela plus difficile , mais il seroit beaucoup plus composé ; puisqu'il faudroit opérer en détail & répéter les mêmes méthodes pour chacun de ces plans différens , ou pour

autant de lignes de la surface de ce tableau, qu'il en faudroit supposer, pour avoir une surface plane. Il y auroit même des occasions, où il faudroit recourir à la solution du Problème général de Perspective, qu'on peut énoncer de cette façon.

*Etant donnés les rayons, qui vont d'un point lumineux à tous les points d'un objet, trouver leur section par un plan donné.*

Comme le cas le plus ordinaire est celui où la surface du tableau est plane, ou supposée telle, c'est principalement sur cette supposition que roulent presque tous les Théorèmes & les Problèmes que l'on a coutume de proposer, & qu'on pourra répéter dans l'occasion pour chaque partie plane d'un tableau, dont la surface totale ne se trouveroit

point telle , en faisant séparément les projections particulieres sur chacun de ces plans différens. *Projection* en termes de Perspective , c'est la représentation d'un objet tracé sur le tableau.

Tout Problème de Perspective , quel qu'il puisse être , suppose essentiellement la connoissance parfaite de ces trois choses.

- 1°. la position de l'œil.
- 2°. la position de l'objet.
- 3°. la position du tableau.

La connoissance de ces trois points est tellement nécessaire pour déterminer le raport des parties de l'objet & les justes proportions que l'on doit donner à la projection, qu'il n'est pas possible de changer une seule de ces trois positions, qu'on ne change en même tems la projection ou la représentation de l'objet. La position du plan de l'objet & celle du plan

du tableau par rapport à l'œil, se déterminent aisément par la connoissance de certaines lignes, ou de certains angles, qui étant connus servent à fixer au juste tout ce qu'on peut desirer sur ce sujet.

La position de ces deux plans une fois connue, on parvient aisément à connoître celle de deux autres plans, dont l'usage n'est pas moins nécessaire.

Ces deux derniers plans ne sont pourtant qu'une supposition imaginée pour faciliter les opérations. On suppose donc deux nouveaux plans, qu'on fait passer par l'œil du Spectateur, dont l'un est parallele au plan de l'objet, & l'autre parallele au plan du tableau, comme on le voit dans *la figure 3.* où ces quatre plans sont représentés, & forment un parallelogramme lorsqu'ils sont coupés par un cinquième plan qui passe par



l'œil, représenté dans la figure 3<sup>e</sup>. par le plan ODBV. Le plan EHFD est le *Figure 3.* plan objectif ou le plan de l'objet, le plan BAC est le plan du tableau, le plan COV est le plan parallele au plan objectif; enfin le plan EDO est le plan parallele au plan du tableau.

Remarquez avec soin que ces deux derniers sont des plans supposés qui n'existent que dans l'imagination du Lecteur, & qui ne sont même en quelque maniere, que les deux premiers amenés parallelement à eux-mêmes, jusques à ce qu'ils passent par l'œil. Nous verrons pourtant qu'ils sont d'un grand usage dans la solution des Problèmes de Perspective.

Outre les quatre plans dont nous venons de parler, il faut encore en imaginer un cinquieme, qu'on supposera

passer par l'œil & par une ligne quelconque de l'objet, qu'on veut représenter. Ce nouveau plan OVBD coupe les quatre premiers, & forme par leur section un parallélogramme, dont le côté BD, qui est dans le plan objectif, s'appellera *la ligne objective indéfinie*, & le côté OV parallèle au côté précédent & qui passe par le point de l'œil, s'appellera *la parallèle à la ligne objective*. Le 3<sup>e</sup>. côté VB qui se trouve dans le plan du tableau, se nomme *la projection indéfinie*. Enfin le 4<sup>e</sup>. côté DO, qui passe par l'œil & qui est parallèle à la projection indéfinie, s'appelle *la ligne directrice*.

Les quatre premiers plans, dont l'intersection par le cinquième a formé le parallélogramme, duquel nous venons de parler, se coupent eux-mêmes en

quatre lignes , & les lignes où ces plans se coupent , en font les interseptions.

La ligne IB , ou l'interseption du plan du tableau , avec le plan de l'objet , se nomme simplement la *ligne d'interseption*.

La ligne CV , ou l'interseption du plan du tableau avec le plan parallele au plan de l'objet , s'appelle la *ligne de fuite*.

La ligne ED , ou l'interseption du plan de l'objet avec le plan parallele au plan du tableau , se nomme la *ligne de direction*.

Enfin la ligne , où se fait l'interseption du plan parallele à l'objet , avec le plan parallele au tableau , n'a point de dénomination particuliere. Il faut seulement observer que c'est dans cette ligne ou dans cette interseption que se

trouve le point de l'œil O, parce qu'on suppose que les deux plans, qui en se coupant forment cette intersection, passent par l'œil. Il faut encore observer que ces quatre lignes d'intersection sont parallèles les unes aux autres, puisque les plans qui les forment sont parallèles deux à deux.

La perpendiculaire abaissée de l'œil sur le plan du tableau, est la distance du tableau. Ainsi dans le cas où le plan du tableau est perpendiculaire au plan objectif, la ligne OS est la distance qu'il y a de l'œil au tableau. Cette perpendiculaire tombe différemment sur le tableau, selon que les plans sont différemment situés entr'eux.

Quand on cherche la représentation, ou la projection déterminée d'une ligne, il faut commencer par chercher la projection

jection indéfinie de cette même ligne , c'est-à-dire la position que doit avoir sur le tableau l'image de cette ligne. Or pour trouver cette projection indéfinie, il ne faut que prolonger la ligne objective jusqu' à son intersection avec le plan du tableau , & le point B où elle coupe cette intersection , sera un des points de la ligne qu'on cherche. On trouvera un autre point de cette même ligne dans le point V , dans lequel la parallèle de la ligne objective, qu'on a supposé plus haut passer par l'œil , coupe le tableau , & ce point V s'appelle le *point de fuite* de la ligne objective. Il ne reste plus pour avoir la projection indéfinie requise , que de joindre ces deux points , puisqu'elle n'est autre chose que la ligne qui les unira.

Dès qu'on connoît la projection in-

b

définie , rien n'est plus aisé , que de trouver la projection déterminée ; il ne faut pour cela que mener les deux rayons OG, OF aux extrémités G & F de la ligne objective donnée GF, & la partie *fg* de la projection indéfinie , qui se trouvera interceptée par ces deux rayons , sera la projection déterminée qu'on cherchoit.

De tout ce que nous venons de dire , on conclura que tout le mystere de la Perspective , dont le but est de trouver la projection d'un objet , ne consiste qu'à connoître parfaitement la position des plans réels & suposés dont il a été fait mention plus haut , qu'à observer les lignes où ces plans se coupent entre eux , & sur-tout leur commune section par le cinquieme plan que nous avons suposé passer par l'œil & par une ligne

de l'objet : aussi ce sont là les points principaux de toute la théorie contenue dans ces Traités , dont plusieurs des Théorèmes & des Problèmes servent à fixer ces différentes positions ; & ces mêmes positions une fois connues servent à donner la solution des autres Problèmes , qui n'auront rien de difficile pour ceux qui auront compris ces préliminaires.

A la fin de son Traité le Docteur Taylor a ajouté un Supplément , dont la première partie contient une méthode générale de tracer sur une surface quelconque la représentation de toute sorte de figures. *M. de S. Jacques de Silvabelle* a bien voulu nous en communiquer une de sa façon, qui terminera notre Préface, & qui ne servira pas peu à éclaircir celle du Docteur Taylor. On y verra avec

plaisir , à la faveur de huit Problèmes seulement , en quoi consiste tout l'art de la Perspective.

L'autre Partie qui est plutôt une digression qu'un supplément , donne quelques idées sur le mélange des couleurs expliquées selon le système de Newton. Par leur moyen un Peintre trouvera , quelle seroit la couleur qui résulteroit du mélange de telles & telles couleurs données , ou quelles couleurs particulières seroient entrées dans le mélange qui auroit produit telle couleur donnée. Quoique ces idées ne présentent que la simple théorie du mélange des couleurs naturelles & telles qu'on les suppose dans les faisceaux de rayons de lumière , & non des couleurs matérielles , telles que sont les terres , ou les minéraux dont on se sert dans la pein-



ture, on peut pourtant en tirer un grand avantage dans la pratique , surtout si l'on vient à bout de connoître parfaitement ces couleurs matérielles : ce qui ne peut être que le fruit d'une longue expérience.

On verra dans l'Introduction que le Docteur Taylor n'a voulu employer presque aucun des termes usités parmi ceux qui ont écrit avant lui sur la Perspective, & qu'il leur en a substitué de nouveaux, comme plus convenables à la simplicité de ses idées & à l'étendue de ses principes. Cette conduite pourroit prévenir contre son ouvrage certains Lecteurs capables de s'effrayer à la vue d'un nouveau Dictionnaire : aussi un des plus illustres membres de l'Académie des Sciences nous avoit-il conseillé de ne pas imiter en ce point notre modele, & de

rétablir les termes anciens , quand il faudroit même pour cela s'écarter en quelques endroits du sens littéral de l'Auteur. Quelqu'envie que nous ayons eu de nous rendre à un avis si sage , la chose ne nous a pas paru faisable , & nous avons cru qu'il suffiroit de rapprocher dans cette Préface les termes anciens , de ceux que le Docteur Taylor a imaginés , & de travailler , en les comparant ensemble , à y accoutumer l'imagination du Lecteur.

I. On avoit appelé jusqu'à présent *plan géométral* , *pavé* , ou *terrein* celui sur lequel on suppose que se trouve le Spectateur , avec les objets qu'il considère , & sur lequel on suppose encore qu'est élevé le tableau où ces objets doivent être représentés : ainsi le plan EGFH , sur lequel est placé le tableau CABI ,

Figure 3.  
Planche 1.

s'appelloit le plan géométral. Le docteur Taylor ne s'affujettit à aucune position, soit horifontale, soit verticale, soit inclinée, mais il nomme généralement le plan, où se trouvent les objets, *plan objectif*.

II. Le plan géométral est presque toujours supposé parallele à l'horifon, & en conséquence de cette supposition, on appelloit *ligne horifontale* la ligne CV qui dans le tableau, est parallele au plan géométral; mais soit que le plan géométral soit parallele à l'horifon, ou qu'il lui soit oblique: la ligne CV s'appellera dans ce Traité *ligne de fuite*.

III. On appelloit précédemment *ligne de station*, ou perpendiculaire, celle qui mesure la hauteur de l'œil sur le plan géométral, comme OD, c'est-à-dire la perpendiculaire abaissée du point de

l'œil O sur le plan géométral EDFH. Nous n'avons pas besoin ici de cette ligne de station ; mais nous faisons usage de la ligne OD qui se nomme la *directrice*, & qui est parallèle au tableau.

IV. Le *rayon principal* étoit une ligne droite abaissée de l'œil perpendiculairement au tableau, & le point du tableau, où elle aboutit, se nommoit *point de vuë*, ou *point principal*. Ce point principal s'appelloit encore *centre du tableau*, & M. Taylor n'a conservé que cette dernière dénomination, & il appelle simplement *distance de l'œil au tableau*, ce qu'on appelloit le *rayon principal*. Le centre du tableau se nommoit aussi quelquefois, *point de concours*, & les lignes qui y concourent s'appelloient *lignes radiales*. M. Taylor a supprimé tous ces termes comme inutiles.

V. Parmi les lignes qui semblent fuir & se perdre vers le point de concours, & qu'on nommoit par cette raison *lignes fuyantes*, notre Auteur n'a conservé que la seule ligne CV, & il la nomme, comme nous l'avons vu plus haut, *ligne de fuite*. Cette ligne a un centre qui n'est pas toujours le centre du tableau : & parceque ce point, qui se trouve tantôt au dessus, tantôt au dessous du centre du tableau, selon l'inclinaison du même tableau, paroît n'avoir point de place fixe, on le nommoit *point accidental*. M. Taylor l'appelle simplement *point de fuite* : tel est le point V.

VI. La base IB du tableau, ou son intersection avec le plan objectif, se nommoit dans les Livres de Perspective *ligne de terre* ou *base du tableau* ; M. Taylor la nomme simplement *intersection*.

VII. On nommoit *point d'incidence* le point du tableau où tombe perpendiculairement la ligne objective ; ainsi lorsque BF est perpendiculaire au tableau, B seroit le point d'incidence. On nomme ici ce point le lieu de l'objet sur le tableau, ou sa *projection ichnographique*. Mais quelle que soit la position de la ligne BF, on nomme toujours le point B *point d'intersection*.

VIII. *L'affiette des objets* étoit chez les Anciens l'apui perpendiculaire que chacune de leurs parties ont sur le plan géométral. On appelle ici ce point le *lieu orthographique* de l'objet.

IX. Nous appellons poser une ligne objective sur le tableau, lorsque nous abaissons de chaque extrémité de la ligne objective une perpendiculaire au tableau, & la ligne qui joint les deux

*DU TRADUCTEUR.* xxvij  
points du tableau , où tombent ces deux  
perpendiculaires se nomme la *position*  
*de la ligne sur le tableau.*

Les autres termes usités dans les livres  
de l'ancienne Perspective , ne sont ici  
d'aucun usage , & il seroit inutile d'en-  
trer là dessus dans un plus long détail.

Il ne me reste plus qu'à prévenir  
ceux qui n'étant pas versés dans les Ma-  
thématiques , pourroient s'alarmer à la  
vuë de quelques calculs qui sont à la  
suite de certains Problèmes , que rien  
n'est plus simple que ces calculs. On  
verra qu'ils ne sont pas au dessus de la  
portée de quiconque sçait les premiers  
principes de l'algèbre. D'ailleurs on doit  
observer que la solution des Problèmes  
est ordinairement indépendante de ces  
calculs , & qu'on ne les a mis que pour  
ceux qui, voulant s'épargner du travail,

se borneroient à opérer par le moyen d'une échelle & du compas.

Quant à ce qui regarde l'ouvrage de M. Patrice Murdoch, il me suffira d'avertir le Lecteur, que cet Auteur fit paroître à Londres en 1746. des Éléments de Perspective qui paroissent mériter l'attention du Public. Son Livre est intitulé : *Newtoni Genesius Curvarum per umbras; seu Perspectivæ universalis Elementa, exemplis Conisectionum & linearum tertii ordinis illustrata.*

Cependant il n'y a que la première section de cet ouvrage qui traite des principes de la Perspective linéaire : aussi me suis-je borné à ne traduire que cette seule partie qui convenoit au sujet. M. Murdoch s'étoit aussi servi de termes particuliers ; mais j'ai tâché dans la Traduction de rendre ces idées sous ceux



qu'a employé le Docteur Taylor, afin de fournir par là au Lecteur un moyen plus facile de pouvoir faire la comparaison de ces deux Ouvrages.

---

---

## MÉTHODE GENERALE,

*Pour trouver la Perspective d'un objet donné, par le moyen des lignes perpendiculaires & paralleles.*

**L**E Lecteur doit se rapeller ce qui a été dit plus haut des principes de la Perspective, & suposer que dans la figure qui se trouve à la fin de cette Méthode,

Du point de l'œil O soit abaissée la perpendiculaire OC sur le tableau AaIi, & du même point O soit abaissée la perpendiculaire OS au plan objectif ER *re.*

Soit *li* la ligne d'intersection du tableau & du plan objectif.

Du point *C* soit abaissée la perpendiculaire *CB* sur la ligne d'intersection *li*.

Si l'on connoît un plan *OSBC* qui passe par les points donnés *O, S, B, C*, ce plan sera perpendiculaire au plan du tableau *Alia* & au plan objectif *ERre*.

La ligne indéfinie *SBF* peut s'appeler la ligne objective principale, & la ligne indéfinie *BCL* sera sa projection qu'on nommera aussi la projection principale.

Par le moyen de cette ligne objective principale & de sa projection, on peut aisément trouver la projection d'un point quelconque, d'une ligne quelconque, d'une surface quelconque & d'un solide quelconque; ainsi qu'on va l'expliquer dans les Problèmes suivans.

## PROBLÈME PREMIER.

*Etant donné un point quelconque G de la ligne objective principale ; trouver sa projection g sur le tableau.*

### S O L U T I O N.

**S**OIT mené le rayon OG & le point  $g$  où il coupe la projection principale, BL sera la projection demandée du point G.

## PROBLÈME II.

*Etant donnée une partie quelconque GF de la ligne objective principale ; trouver sa projection gf sur le tableau.*

### S O L U T I O N.

AYANT mené les rayons OG & OF ; les points  $g$  &  $f$ , où ils coupent le tableau & la ligne BC, feront les

projections des points  $G$  &  $F$ , & la ligne  $gf$  fera la projection requise de la ligne  $GF$ .

### P R O B L Ê M E III.

*Etant donné un point quelconque, comme  $K$ , sur le plan objectif; trouver sa projection*

### S O L U T I O N.

Du point  $K$ , abaissez la perpendiculaire  $KF$  à la ligne  $SB$ , ou ce qui revient au même, menez la ligne  $KF$  parallèlement à  $BI$ .

On trouvera par le Problème premier la projection  $f$  du point  $F$ .

Par le point  $f$  menez la ligne  $fk$  parallèle à  $FK$  ou à  $BI$  & perpendiculaire au plan  $OSF$ , qui rencontre le rayon  $OK$  en  $k$ ; le point  $k$  fera la projection du point  $K$ .

*N. B.*

N. B. Les triangles OFK & Ofk étant semblables, on a cette proportion  $OF : Of :: FK : fk$ , qui donne le point  $k$ , sans avoir besoin de mener le rayon OK.

### PROBLÈME IV.

*Etant donnée une ligne quelconque, comme KN, sur le plan objectif, trouver sa projection kn sur le tableau.*

### SOLUTION.

IL n'y a qu'à chercher par le *Problème 3.* la projection  $k$  du point K, & la projection  $n$  du point N, & la ligne  $kn$  sera la projection de la ligne KN.

### PROBLÈME V.

*Etant donné un point quelconque P élevé au dessus de la ligne objective principale à la hauteur FP; trouver sa projection p sur le tableau.*

c

## S O L U T I O N.

SOIT mené le rayon  $OP$ ; & le point  $p$ , où il coupe le tableau, fera la projection requise du point  $P$ .

## P R O B L Ê M E VI.

*Etant donné un point quelconque  $H$ ; élevé au dessus du plan objectif de la hauteur de  $HK=PF$ , trouver sa projection  $h$  sur le tableau.*

## S O L U T I O N.

ON trouvera par le *Problème 5.* la projection  $p$  du point  $P$ . Par ce point menant la ligne  $ph$  parallèle à  $HP$ , ou à  $KF$  ou à  $Bi$ , le point  $h$  où cette ligne coupera le rayon  $OH$ ; fera la projection requise du point  $H$ .

*N. B.* Les triangles semblables  $OPH$ ,  $Oph$  donnent cette proportion  $OP$  :

Op :: PH=FK :  $ph$  ; ce qui donne le point  $h$  sans avoir besoin de mener le rayon OH.

## PROBLÈME VII.

*Trouver la projection d'une ligne quelconque placée hors du plan objectif.*

### S O L U T I O N.

ON pourra trouver, par le *Problème 6.* la projection de ces deux extrémités , & la ligne droite qui joindra ces deux points sera la projection requise de la ligne droite donnée.

Ainsi, par exemple, les lignes  $ph$  ,  $fk$  ,  $gn$  ,  $hk$  ,  $kn$  sont les projections des lignes PH , FK , GN , HK , KN.

## PROBLÈME VIII.

*Trouver la projection d'une surface quelconque , donnée sur le plan objectif.*

c ij

## S O L U T I O N.

IL n'y a qu'à chercher, par le *Problème 6.* la projection de tous les angles de la figure donnée, ou bien, par le *Problème 7.* la projection de toutes les lignes qui forment le contour de la figure donnée.

Ainsi la projection du quadrilatere KFGN sera *kfgn*.

La projection du rectangle KFPH qui est perpendiculaire au plan objectif, est *kfph*.

*N. B.* On peut par la même méthode trouver la projection d'un solide quelconque, en cherchant la projection de ses angles solides, & il n'y aura aucune figure dont on ne puisse aisément trouver la projection par cette méthode.







## INTRODUCTION.

**L**ES Principes sur lesquels sont fondées les regles de la Perspective, sont en si petit nombre; ils sont si simples, si utiles, & même si nécessaires aux arts qui suposent le Dessin, que je n'ai pu voir sans étonnement qu'on ait fait si peu de progrès dans cette science, malgré tout ce qui à été écrit jusqu'à présent sur cette matiere. Ce n'est pas que quelques Auteurs n'aient traité assez amplement ce sujet; mais ces volumes, quelque épais qu'ils soient, ne contiennent pour l'ordinaire que de longues & ennuyeuses explications des choses les plus communes, ou bien une multiplicité d'exemples, qui ne servent qu'à augmenter le prix de ces sortes de

Livres , par la quantité de planches gravées , qu'il faut y joindre. On n'y parle point , ou on le fait bien légèrement , des principes , dont le développement peut seul perfectionner cet Art.

Cela ne peut s'attribuer qu'à ce que les Auteurs de ces ouvrages étoient plus versés dans la pratique du Dessin , que dans les principes de la Géométrie. Ainsi voit-on qu'ils se sont contentés de donner au Public comme un moyen assuré de faire des progrès dans l'art de la Perspective , certaines façons de procéder , que la pratique leur a suggérées dans l'occasion , & qui ne peuvent ordinairement être utiles que dans les cas particuliers pour lesquels elles ont été trouvées. Un peu plus d'usage de la Géométrie les auroit mis à même de réduire ces méthodes particulières en

principes ; de les simplifier, & de les rendre assez générales, pour en faire l'application aux différens cas qui se rencontrent dans la pratique. C'est ce que j'ai tâché de faire dans ce Traité, où je n'ai rien oublié pour rendre les principes de cet Art aussi généraux qu'ils peuvent l'être, & pour les expliquer de la maniere la plus simple & la plus utile dans la pratique.

Dans cette vue, je crois qu'il est absolument nécessaire de traiter ce sujet d'une maniere toute différente de celle dont se sont servi ceux qui ont écrit avant moi sur cette matiere, parce que les principes qu'ils ont employés, ne sont ni assez étendus ni assez développés. Je me trouverai même forcé d'employer de nouveaux termes, parce que ceux qui ont été en usage jusques à

présent, sont tellement fixés à certaines notions particulières, que je ne puis m'en servir pour expliquer les principes généraux, que je prétens établir. On peut en juger par cet exemple.

Si je parle à un Éleve de la ligne horizontale, il n'y a point de doute qu'il ne se représente aussitôt un plan horizontal, & par une erreur conséquente, il s'imaginera que le plan horizontal est le plus propre à recevoir une figure, & que par le moyen de la ligne horizontale, il est plus aisé d'en tracer sur cette sorte de plans que sur tous les autres, sur lesquels on le peut pourtant faire aussi facilement, pourvu qu'on employe d'autres lignes qui conviendront à ces autres plans, comme la ligne horizontale convient au plan horizontal. C'est pourquoi je ne mettrai

dans ce Traité aucune différence entre le plan horizontal & les autres : puisque, selon le principe de la Géométrie, tous les plans considérés précisément comme plans, sont les mêmes, n'est-il pas plus convenable de n'en parler que sous ce rapport commun, & de se contenter d'expliquer en général leurs propriétés, laissant à l'Artiste le soin de faire en détail l'application de ces principes, quand l'occasion le demandera ?

Mon dessein n'est donc pas de grossir ce Livre par des Exemples sans nombre, ni d'entrer dans l'explication particulière de divers cas qui peuvent se présenter. Comme je veux être court & précis, je me bornerai à expliquer en général les principes de la Perspective : & si malgré cette précision, je suis encore assez heureux pour me ren-

dre intelligible , j'espere qu'on me saura gré d'avoir resserré la matiere , parce qu'on trouve plus du plaisir à examiner l'étendue d'un principe , & à en faire soi-même l'application aux cas particuliers qu'on imagine , qu'à lire l'explication , souvent ennuyeuse , des exemples proposés par un autre.

Je n'ignore pas qu'il y eut quelques personnes qui ne goûterent pas la premiere Edition de ce petit Ouvrage ; mécontents de n'y trouver ni exemples ni descriptions curieuses de certaines figures dont on remplit communément les livres qui traitent de la Perspective , & plus surpris encore de n'y découvrir que de simples propositions de Géométrie , ils conclurent que cet ouvrage étoit de ceux , dont la lecture ne peut être que sèche & fort dégoûtante , &

dès-lors ils formerent la résolution de ne pas même le lire. Ce fut pour me prêter au goût de ces censeurs trop rigides , que dans les éditions qui suivirent , j'ajoutai quelques Exemples , & je le fis d'autant plus volontiers , que ces exemples sont une preuve sensible de la supériorité , que les principes que j'avance , ont sur les regles ordinaires de la Perspective , par la simplicité des figures & le petit nombre des lignes que j'emploie pour tracer différents sujets , qui , selon la méthode commune , ne pourroient l'être que par des figures compliquées & représentées par une multitude de traits propres à y jeter de la confusion.

Il m'auroit été facile de multiplier ces Exemples & d'étendre beaucoup plus certains articles dont je me suis

contenté de ne donner que les premières notions , notions qui m'ont paru assez aisées à développer pour ceux qui auroient une fois compris ces principes ; mais en me livrant ainsi au goût d'un certain public, n'aurois-je pas cherché à plaire plutôt qu'à instruire ? La voie la plus courte & la plus sûre de se rendre habile dans un art , n'est pas de parcourir un grand nombre d'exemples imaginés par un autre , mais d'en posséder parfaitement les principes & de se les rendre familiers, en cherchant soi-même différents cas , auxquels on puisse en faire l'application. D'où je conclus qu'il n'y a que la pratique qui puisse réellement perfectionner un Artiste.

On m'objectera peut-être que j'ai traité ce sujet d'une manière un peu trop géométrique, & qu'il est difficile à ceux



qui n'ont aucune teinture de la géométrie , de pouvoir suivre les principes que j'ai établis. J'avoue qu'ils auroient de la peine à s'en tirer , à moins de prendre la précaution de les lire avec quelqu'un qui pût les aider. On conviendra pourtant que j'ai tâché de rendre les choses assez intelligibles , pour que ceux qui ont quelques legers commencemens dans cette Science , puissent aisément les comprendre sans le secours d'autrui. Quant à ceux qui sont bons géomètres , & qui souhaiteront s'ouvrir un plus vaste champ , je suis bien aise de les avertir , qu'ils ne doivent pas se contenter des propositions qu'ils trouveront ici ; qu'ils doivent eux-mêmes , quand l'occasion s'en présentera , en déduire de nouvelles proportionnées aux différentes circonstances , où ils se rencontreront. Il

leur en coûtera dans les commence-  
mens , de la peine & du temps ; mais  
n'en feront-ils pas amplement dédom-  
magés par l'étendue des connoissances  
qu'ils en retireront infailliblement ?

La Perspective est une science néces-  
saire à tous les arts qui supposent le Des-  
sein : l'Architecture , les Fortifications ,  
la Sculpture & en général toute la Mé-  
chanique ne sçauroient s'en passer ; mais  
il n'en est point , à qui elle soit aussi  
absolument nécessaire ; qu'elle l'est à la  
Peinture , qui ne peut , sans sa direction ,  
donner presqu'aucun coup de pinceau.  
Un objet représenté contre les regles de  
la Perspective ne rendra aucunement l'i-  
dée du Peintre , & l'on peut dire qu'un  
tableau qui pèche en ce point , révolte  
autant que le feroit un ouvrage d'esprit ,  
où l'on n'auroit gardé aucune des regles

de la grammaire & de l'orthographe. On regarde avec mépris quiconque ose entreprendre un Poëme héroïque , ou traiter quelque grand sujet dans une langue qu'il ignore. Peut-on voir d'un autre œil la témérité d'un Peintre , qui se flateroit de donner un bon tableau , où il n'auroit observé aucune des regles de la Perspective ? Combien de morceaux de peinture voyons-nous tous les jours , qui nous paroîtroient excellens d'ailleurs , s'ils n'étoient défectueux en ce point ?

Ce défaut , il est vrai , est aujourd'hui si général , que je ne me rapelle pas d'avoir encore vu aucun tableau , où l'on ne trouve quelque chose à redire contre la Perspective ; & ce qu'il y a de déplorable , c'est que les plus grands Maîtres eux-mêmes n'ont pas été exempts

de ces défauts : D'où je conclus , que la source du mal vient du peu d'instruction que l'on donne là-dessus aux jeunes gens qui se destinent à la peinture. On se contente de commencer à leur apprendre le dessein ; on leur montre ensuite l'art de mêler & d'appliquer les couleurs , & l'on se borne même en tout cela à des regles d'usage & de routine , sans les réduire à des principes fixes & capables de diriger dans la pratique d'une manière constante & uniforme. Aussi à peine les Eleves sont-ils obligés de travailler d'imagination & sans modele , qu'on les voit embarrassés à chaque pas. Quoiqu'ils sçachent desfiner & colorer les divers objets qui se présentent à leur idée , ils font une foule de fautes qu'ils éviteroient , si on leur avoit donné des regles sures qu'ils pussent

puissent suivre. Je voudrois donc que ceux qui sont chargés de former de jeunes Eleves dans l'art de la Peinture, examinassent avec soin, s'il n'y auroit pas quelque changement à faire à la maniere dont on les instruit, & s'il ne conviendrait pas de leur apprendre parfaitement les regles sures de l'Art, avant que de leur permettre de se livrer à toute la vivacité d'une imagination peu instruite.

L'art de la Peinture considerée dans toute son étendue, a deux parties : l'invention & l'execution. Cette premiere partie, qui n'est pas tellement propre à la Peinture, qu'elle ne convienne aussi à la Poësie, appartient plus particulièrement & plus immédiatement à l'idée primitive de l'Artiste qui imagine & qui dispose son sujet de la maniere la

d

# I      *INTRODUCTION.*

plus gracieuse & la plus convenable ,  
qu'à la peinture elle-même , qui n'est  
qu'une copie de cette idée primitive  
formée dans l'imagination du Peintre.  
Le point de perfection , que doit se pro-  
poser dans l'invention quiconque veut  
réussir dans la peinture , est de bien choi-  
sir son sujet , d'en connoître parfaite-  
ment toutes les parties , & de sçavoir  
les disposer comme il convient. C'est  
en cela que l'Artiste fait paroître qu'il  
a du génie. Il y a des occasions , où il  
peut se livrer à toute l'étendue de ce  
génie , sans s'astreindre à aucune règle ;  
mais cette liberté qui convient en cer-  
tains cas à l'invention , ne peut jamais  
convenir à l'exécution : & quant à cette  
seconde partie , le Peintre a des loix ,  
dont il ne lui est nullement permis de  
s'écarter.

Une figure dans laquelle on n'aura pas suivi exactement les regles de la Perspective , ne rendra qu'imparfaitement l'idée du Peintre ; tout de même que celle dont les couleurs ne feroient pas bien ménagées , ou dont les ombres feroient mal placées. Et s'il arrivoit qu'un sujet exécuté fidèlement selon les regles , pût , malgré cela , paroître défectueux , on n'en doit point attribuer le défaut à cette fidelle observation des regles , mais simplement au vice de l'imagination qui l'a conçu. Ce qui aura été imaginé avec justesse & avec agrément , ne perdra jamais rien de sa perfection dans l'exécution , quand on se conformera exactement aux regles.

C'est ce qui m'engage à communiquer ici quelques pensées qui me sont venues sur la maniere de former les

jeunes Éléves dans l'art de la Peinture.

Je voudrois qu'on leur apprît d'abord ce qu'il y a de moins difficile dans la Géométrie pratique, & qu'après leur en avoir donné les premières notions, on leur fît apprendre l'Arithmétique ordinaire; on leur enseigneroit ensuite les règles de la Perspective, & quand ils y auroient fait assez de progrès pour avoir une idée claire des changements que souffre une figure qu'on représente sur un plan, on les exerceroit pour lors au Dessin, en observant de le faire toujours selon les règles de la Perspective; car rien ne doit être plus familier à un Peintre que la perspective, puisque rien n'est plus propre à le rendre exact & correct dans l'exécution, & à lui donner même de la facilité pour l'invention.



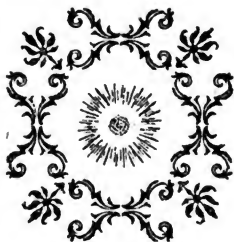
## INTRODUCTION.   liij

Pour ce qui regarde la maniere de colorer , je crois qu'avant que d'employer un Eleve à copier des peintures , où se trouve une grande variété de couleurs, on doit le mettre au fait de la théorie des couleurs, lui apprendre les propriétés de chacune en particulier , lui montrer les rapports qu'elles ont entr'elles & les différens effets qu'on peut produire par leur mélange. Il faut surtout lui expliquer la nature de certaines couleurs principales, dont on se sert le plus souvent , & ne pas se contenter de quelques observations détachées , mais réduire le tout en méthode réglée.

Je m'imagine ne pouvoir rien donner de mieux sur cela , que ce que j'ai ajouté en forme de supplément , & que j'ai tiré des principes de Newton sur les couleurs. On pourroit encore y ajouter

une méthode sure pour apprendre à un Éleve le secret de ménager avec art le clair-obscur & quelques autres particularités absolument nécessaires dans la pratique , dont je me suis contenté de ne donner ici qu'une legere idée , & des vues , que les grands Maîtres pourroient perfectionner & réduire en regles.

Ce Livre est si court qu'il seroit inutile d'entrer dans un plus grand détail sur ce qu'il contient.



---

## *A V E R T I S S E M E N T.*

CETTE Traduction étoit sur le point de sortir de dessous la Presse , lorsque nous avons reçu un exemplaire de ce même Ouvrage traduit récemment en Italien , par le R. P. François Jacquier , de l'Ordre des Minimes , & Professeur de Physique au College de la Sapience à Rome.

Le R. P. Jacquier est si connu dans la République littéraire, & sa réputation si universellement reconnue parmi les Mathématiciens , que ce n'est pas un foible préjugé en faveur de la Perspective du Docteur Taylor , que de voir le cas qu'en fait ce célèbre Géomètre. Quoique l'Italie , accoutumée à se distinguer dans les Arts qui demandent une connoissance de la perspective , soit déjà si

riche en Traités sur ce sujet , le R. P. Jacquier n'a pas cru en augmenter inutilement le nombre par la Traduction de celui-ci.

Le Traducteur Italien , après avoir donné à l'Auteur Anglois les éloges que l'Europe entière lui accorde , parle de ces nouveaux Principes de Perspective linéaire comme d'un des meilleurs Ouvrages qu'il connoisse en ce genre. Il le regarde comme un de ces Livres élémentaires qui décelent un grand homme. Ce qui lui en plaît sur tout , c'est la brièveté & l'universalité des principes , qui ne sont pas tellement bornés au sujet , qu'on ne puisse encore les appliquer à des matieres beaucoup plus relevées.

*NOUVEAUX*



# NOUVEAUX PRINCIPES D E PERSPECTIVE LINÉAIRE.

---

## PREMIERE PARTIE.

---

### DÉFINITION PREMIERE.

*La Perspective est l'Art de tracer exactement sur un Plan la représentation d'un objet donné, quel qu'il soit.*



POUR avoir une idée claire & parfaite des principes de cet Art, il faut que le Lecteur observe que dans tout tableau fait parfaitement selon les regles & placé dans son vrai point de vue, les figures qui y sont tracées doivent être si

A

bien représentées , que le Spectateur soit embarrassé à distinguer la représentation de l'objet , d'avec l'objet lui-même actuellement situé dans la même position dans laquelle il paroît représenté. Un pareil effet suppose que les rayons de lumière qui partent de chaque partie de cette représentation , pour aller à l'œil du Spectateur , & ceux qui viennent des parties correspondantes de l'objet réel , auront tous la même direction , la même force d'ombre , de lumière & de couleur. Je suppose donc (*figure 1. planche 1.*) un Spectateur dont l'œil *O* est placé de façon , qu'il voit la représentation *abcde* d'un cube : je suppose en même tems que *ABCDE* est le cube réel , & qu'il est actuellement dans la même position dans laquelle on a voulu le représenter ; la lumière qui part du point *a* de la représentation du cube , doit aller à l'œil *O* du Spectateur par le rayon *aO* , dans la même direction , avec la même couleur & avec la même force d'ombre ou de lumière , que si elle partoît du point correspondant *A* du cube réel par le rayon *AO*. Ces trois circonstances dont nous venons de parler , font que la seconde

partie de la Peinture , qui est l'exécution , se divise elle-même en trois Parties. La première est le Dessin , qui n'est autre chose que l'art de copier exactement la situation & les proportions des figures qu'on veut représenter ; & on l'appelle *Perspective* , quand , pour le faire avec la dernière exactitude , on ne s'en tient pas au simple coup d'œil , & à une certaine habitude de la main acquise par la pratique , mais qu'on suit les règles que les Mathématiques nous prescrivent pour y réussir : c'est de cette partie dont il est ici question. La seconde est l'art d'appliquer les couleurs. Enfin la troisième est la manière de ménager les jours & les ombres ; ce que les Italiens appellent *chiaroscuro* , & que nous appelons en françois le *clair-obscur*. C'est de cette première définition que dépendent les principes de toutes les parties de la Peinture , mais en particulier ceux de la *Perspective* ; & ainsi dans les démonstrations des propositions que nous établirons dans ce Livre , on doit se rappeler cette définition , & s'attacher surtout à faire voir que les rayons qui partent des différens points donnés du tableau , sont

## *Nouveaux Principes*

dans la même direction que ceux qui partent des points correspondans de l'objet qu'on copie , s'il est placé dans la même situation dans laquelle il est représenté.

### DEFINITION II.

*Lorsque plusieurs lignes tirées, selon certaines règles, de différentes parties d'une même figure, coupent un plan , & lorsqu'en le coupant ainsi , ou ce qui est le même , lorsque par ces intersections elles forment une figure sur ce plan ;*  
*Projection.* *cette figure ainsi tracée s'appelle la projection de l'autre figure. Les lignes qui forment cette projection , prises toutes ensemble , s'appellent*  
*Système des rayons.* *le système des rayons : & lorsque ces rayons passent tous par un seul & même point, on les*  
*Cone des rayons.* *appelle le cone des rayons. Si ce point se trouve être l'œil du Spectateur, alors le système*  
*Cone optique* *des rayons s'appelle le cone optique.*

### DEFINITION III.

*Quand le système des rayons est composé de lignes parallèles les unes aux autres & perpendiculaires à l'horison , & que la projection qu'elles produisent , est parallèle à l'horison , on*



*L'appelle ichnographie de la figure proposée.*

Ichnographie  
d'une figure,  
selon les dé-  
finitions ordi-  
naires.

Donc ( dans la *fig. 2. planch. 1.* ) le plan GHIK étant parallèle à l'horison, & les rayons Aa, Bb, Cc &c. qui partent des différents points de l'octaëdre ABCDEF, étant perpendiculaires à l'horison & parallèles entr'eux, la projection *abcde* qu'ils produisent, sera l'ichnographie de la figure ABCDEF.

#### DEFINITION IV.

*Lorsque les lignes qui composent le système des rayons, sont parallèles les unes aux autres & en même tems à l'horison, & que la projection qui en résulte, se trouve formée sur un plan perpendiculaire à ces rayons & à l'horison, cette projection s'appelle l'orthographie d'une figure donnée.*

Orthographie  
d'une figure,  
selon les dé-  
finitions ordi-  
naires.

Donc ( *fig. 2. planch. 1.* ) les rayons Aa, Bb, Cc, se trouvant parallèles les uns aux autres, & en même tems à l'horison; & le plan GHLM, sur lequel est faite la projection *abcdef*, étant perpendiculaire à ces rayons, cette projection est l'orthographie de la figure ABCDEF.

Ce sont là les définitions ordinaires des

Ichnographie  
& Orthogra-  
phie, selon  
Taylor.

termes *ichnographie* & *orthographie* ; mais lors que nous nous en servirons à l'avenir , ils signifieront simplement deux projections faites par des systèmes de rayons parallèles entr'eux & perpendiculaires aux plans sur lesquels ces projections sont faites , sans avoir aucun égard à leur situation par rapport à l'horison.

Dans ces sortes de projections , la projection d'un point ou d'une ligne en particulier, est quelquefois appelée le lieu de ce point ou de cette ligne sur le plan de cette projection : ainsi *a* est le lieu du point *A* sur le plan *GHIK* , & *ae* est le lieu de la ligne *AE* sur le plan *GHLM*.

#### DEFINITION V.

Quand la projection est faite par un cone de rayons , on l'appelle scénographie.

Ainsi ( dans la fig. 1. planch. 1. ) la projection *abcde* formée sur le plan *FGHI* , par les rayons *AO* , *BO* , *CO* , &c. qui partent des différens points du cube *ABCDE*, pour se rendre au point *O* , doit se nommer la scénographie de la figure *ABCDE*.

Nous montrerons dans la suite , que cette

projection est la représentation de l'objet, vue par l'œil du Spectateur placé en O.

Il est pareillement évident, qu'on doit rapporter à cette espèce de projection les ombres des figures, lorsque la lumière qui les forme n'est considérée que comme un point; quand même ce point seroit regardé comme placé à une distance infinie, & que les rayons qui forment cette projection seroient parallèles entr'eux; ce qui arrive, quand il s'agit du soleil ou de la lune.

#### DEFINITION VI.

*Le point de vision, ou de l'œil, est le point* Point de l'œil.  
où l'œil du Spectateur doit être placé, pour voir la représentation de l'objet sur le tableau.

Ce point n'est autre chose que le sommet du cone optique, comme il paroîtra évidemment par le *Théorème 2.* où nous ferons voir que la représentation d'un objet est sa projection scénographique sur le plan du tableau.

#### DEFINITION VII.

*Si du point de l'œil O l'on abaisse une ligne* Fig. 3. plan.  
*OS perpendiculaire au tableau CABI, le point*

A iv.

Centre du tableau.

*S* où cette ligne rencontre le tableau, se nomme le centre du tableau; & la distance *OS* entre le centre *S* & le point de l'œil *O*, se nomme

Distance du tableau.

simplement la distance du tableau. C'est en effet la plus courte distance de l'œil au tableau.

### DEFINITION VIII.

Plan de direction.

On appelle plan de direction, un plan *OED* parallele au tableau *CABI*, qu'on imagine passer par le point de l'œil *O*.

### DEFINITION IX.

Objet.

On appelle objet un point, une ligne, une surface ou un solide, ou tout autre objet réel, qu'on doit copier, & qui est placé dans la situation dans laquelle on prétend le représenter.

### DEFINITION X.

Plan de l'objet ou plan objectif.

Le plan de l'objet est le plan où est situé le point, la ligne ou la surface de l'objet réel qu'on veut représenter. Nous le nommerons plan objectif, & ainsi le plan *EDFH* sera le plan objectif du tableau *CABI*.

### DEFINITION XI.

Le point *B*, où une ligne *FG* de l'objet,

*prolongée, s'il est nécessaire, coupe le tableau, se nomme simplement l'intersection de cette* Intersection de la ligne objective avec le tableau.  
*ligne.*

## D E F I N I T I O N XII.

*La ligne BI dans laquelle le plan objectif EDFH coupe le tableau CABI, se nomme l'intersection du plan objectif. On pourroit, pour s'énoncer plus clairement, nommer cette* Intersection du plan objectif avec le tableau.  
*ligne l'intersection du plan objectif avec le tableau, & nommer le point B, l'intersection de la ligne objective BF avec le tableau.*

## D E F I N I T I O N XIII.

*Le point D, où la ligne objective GF étant prolongée, coupe le plan de direction, se nomme le point de direction de cette ligne objective;* Point de direction de la ligne objective.  
*& la ligne DO menée de ce point au point de l'œil O, se nomme la directrice de cette même* Directrice de la ligne objective.  
*ligne objective.*

## D E F I N I T I O N XIV.

*La ligne DE dans laquelle le plan objectif EDFH coupe le plan de direction (défin. 8.) se nomme ligne de direction du plan objectif;* Ligne de direction du plan objectif.  
*elle est parallèle à l'intersection BI du plan objectif avec le tableau.*

## D E F I N I T I O N   X V .

*La ligne  $OV$ , menée du point de l'œil  $O$ , parallèlement à la ligne objective  $DF$ , se nomme simplement la parallèle à la ligne objective.*

Parallèle à la ligne objective.

## D E F I N I T I O N   X V I .

*Le plan  $OVSC$ , qui passe par le point de l'œil  $O$ , & qui est parallèle au plan objectif  $EDFH$ , se nomme simplement le parallèle du plan objectif.*

Parallèle du plan objectif.

## D E F I N I T I O N   X V I I .

*Le point  $V$ , où la parallèle  $OV$  de la ligne objective coupe le tableau  $CABI$ , se nomme le point de fuite de la ligne objective ; & la distance  $OV$  de l'œil à ce point de fuite, se nomme la distance du point de fuite.*

Point de fuite de la ligne objective.

Distance du point de fuite.

## D E F I N I T I O N   X V I I I .

*La ligne  $CV$ , dans laquelle le parallèle  $OVSC$  du plan objectif  $EDFH$  coupe le tableau  $ABI$ , se nomme la ligne de fuite de ce plan objectif ; & si du point de l'œil on mène une ligne  $OS$  perpendiculaire à la ligne de fuite  $CV$ , le point  $S$ , où cette ligne est ainsi*

Ligne de fuite du plan objectif.

*coupée*, sera le centre de la ligne de fuite ; Centre de la ligne de fuite.  
 & la distance OS de l'œil à ce centre, se nomme  
 la distance de la ligne de fuite. Distance de la ligne de fuite.

Lorsque le plan objectif n'est pas perpendiculaire au tableau, la ligne OS perpendiculaire à la ligne de fuite n'est pas la distance du tableau, & pour lors le centre du tableau est au dessus ou au dessous de cette ligne.

## DEFINITION XIX.

*La représentation d'une figure se nomme la*  
 projection de cette figure. Projection d'une figure.

Si l'on a devant les yeux la figure troisième ( *planch. 1.* ) on se rapellera aisément toutes ces Définitions.

Le point O est le point de l'œil.

*Défin. 6.*

Le plan ABCI est la surface du tableau.

Le plan DEFH est le plan objectif.

Le plan ODE parallèle au tableau, est le *Défin. 8.*  
 plan de direction.

Le plan OVSC est le plan parallèle au *Défin. 16.*  
 plan objectif.

Le plan OVBD est le cinquième plan que l'on suppose former un parallélograme, en coupant les quatre précédens.

*Défin. 9.* La ligne FG est une ligne objective quelconque placée dans le plan objectif DEFH.

*Défin. 15.* La ligne qui coupe le tableau en V, & qui est parallèle à la ligne objective FG, se nomme la parallèle de cette ligne.

*Défin. 12.* La ligne BI est l'intersection du plan objectif avec le tableau.

*Défin. 18.* La ligne VC est la ligne de fuite du plan objectif DEFH.

La ligne OS perpendiculaire à la ligne de fuite VC, est la distance de l'œil au centre de la ligne de fuite.

*Défin. 11.* Le point B, où la ligne objective coupe le tableau, est l'intersection de cette ligne

*Défin. 13.* Le point D, où la ligne objective coupe le plan de direction, se nomme le point de direction.

*Défin. 17.* Le point V, où la parallèle de la ligne objective rencontre le tableau, est le point de fuite. On l'appelle ainsi, parce qu'il représente le point infiniment éloigné de la ligne GF prolongée à l'infini.

Enfin si du point O on mène une perpendiculaire au tableau, elle représentera sa distance au tableau, & le point où elle rencon-



Le tableau, sera le centre du tableau ; & il est aisé de concevoir qu'on n'a pas voulu mener cette ligne , pour ne pas embrouiller la figure ; mais que lorsque le tableau ABIC est perpendiculaire au plan objectif EDFH , la ligne OS est la distance du tableau , & S est le centre du tableau.

*A X I O M E P R E M I E R .*

L'intersection commune de deux plans est une ligne droite.

*A X I O M E I I .*

Lorsque deux lignes droites se rencontrent en un point , ou lorsqu'elles sont parallèles l'une à l'autre , un même plan peut passer par toutes les deux.

*A X I O M E I I I .*

Si deux lignes droites , étant parallèles ou formant un angle , sont coupées par une troisieme , elles seront toutes trois dans le même plan ; c'est-à-dire , qu'un plan qui passera par deux de ces lignes , passera aussi par la troisieme.



## A X I O M E I V.

Tous les points d'une ligne droite sont dans le même plan où est cette ligne.

## L E M M E I.

Figure 4.  
Planche 1.

Si BOS & AEBD sont deux plans qui se coupent mutuellement dans la ligne ASB, & que du point O de l'un de ces plans on mène les deux lignes OS & OC, dont l'une soit perpendiculaire en S à la ligne AB, & l'autre en C au plan AEBD; & que l'on joigne les deux points C & S par la ligne CS, cette troisième ligne CS sera perpendiculaire à la ligne ASB. Ce qui suit évidemment de la Proposition II. du Livre II. des Elémens.



## THEORÈME PREMIER.

*Toute ligne menée du centre du tableau au centre de la ligne de fuite, est perpendiculaire à cette ligne de fuite.*

## DEMONSTRATION.

**S**Oit AEBD le plan du tableau, O le point de l'œil, OSB le plan parallèle au plan objectif; la ligne ASB fera la ligne de fuite, qui (*par la défin. 18.*) est l'intersection du tableau, avec le plan parallèle au plan objectif. Si l'on mene OS perpendiculaire à AB, le point S sera le centre de la ligne de fuite (*par la même défin.*) & si l'on abbaisse OC perpendiculaire au tableau AEBD, le point C fera le centre du tableau (*par la défin. 7.*) mais par le lemme I. la ligne CS qui joint ces deux centres, est perpendiculaire à la ligne ASB. Donc la ligne qui joint le centre du tableau & le centre de la ligne de fuite, est perpendiculaire à cette ligne de fuite: ce qu'il falloit démontrer.

**COROLLAIRE.** La distance OS de la ligne

Figure 4.  
Planche 1.

de fuite ASB, est l'hypothénuse d'un triangle rectangle : donc le côté OC est la distance de l'œil au tableau, & l'autre côté CS la distance du centre du tableau à la ligne de fuite.

---

## T H E O R È M E   I I.

*La représentation en perspective d'un objet, ou sa projection, ne diffère pas de la scénographie du même objet sur le tableau, le point de l'œil étant le sommet du cone optique.*

### D E M O N S T R A T I O N.

Figure 1.  
Planche 1.

**A** PRÈS ce que nous avons dit dans la Définition I. en expliquant les principes de l'art de la Peinture, où l'on a observé que la lumière qui part du point *a* de la projection, pour aller à l'œil O du Spectateur, doit y aller selon la même direction que si elle parloit du point A de l'objet réel ; il est évident que les rayons *aO* & *AO* ne font qu'une seule & même ligne droite ; que la projection *a* est l'intersection du tableau avec le rayon *AO*, & que la projection entière *abcde* est la projection

jection scénographique de l'objet réel ABCDE faite par le cone optique OABCDE, dont le sommet est le point de l'œil O. Ce qu'il falloit démontrer.

*COROLLAIRE I.* La projection d'une ligne droite est une ligne droite ; car la partie du cone optique ODE, qui produit la projection de la ligne DE, est une surface triangulaire ODE : & tous les rayons, qui en partant des différens points de la ligne DE, vont se terminer en O, sont dans le plan qui passe par les lignes DO & EO : donc *de* est l'intersection du tableau avec le plan triangulaire ODE, & par conséquent une ligne droite (*par l'Axiome I.*)

*COROLLAIRE II.* On peut prendre pour figure objective d'une projection, tout objet qui peut produire le même cone de rayons. Ainsi la ligne *de* n'est pas moins la figure objective de la projection *de*, que la ligne DE, parce que l'une & l'autre produisent le même cone de rayons ODE.

C'est par-là qu'on peut expliquer raisonnablement, comment les figures tracées sur un tableau, nous représentent si parfaitement ce

B

que l'on a prétendu leur faire représenter : car nous sommes accoutumés à juger que ce qui est représenté de telle façon , qui a telles couleurs , qui est éclairé ou ombré de telle manière , tracé sous telle forme , enfin qui est placé dans telle situation , est infailliblement tel objet. Toutes ces circonstances sont ordinairement nécessaires pour représenter parfaitement un objet , quoique dans le Dessin il suffise quelquefois de tracer seulement les différens rapports que les parties de l'objet ont entr'elles ; comme lorsque l'on dessine le pavé d'un appartement , où toutes les pierres paroissent quarrées , bien que pour les représenter on emploie beaucoup de figures irrégulières : c'est le rapport de toutes les parties qui produit sur nous cet effet ; & réellement aucune de ces pierres ne nous paroîtroit quarrée , si ce pavé n'étoit environné d'autres objets , qui par leur rapport avec le total fixent notre jugement.



## THEORÈME III.

*La projection indéfinie d'une ligne droite, qui n'est pas parallèle au tableau, passe par l'intersection de cette ligne & par le point de fuite.*

## DEMONSTRATION.

SI l'on a bien compris tout ce qui est représenté dans la figure troisieme, ainsi *Figure 3: Planche 1.* que nous l'avons expliqué dans les Définitions, on verra que  $fg$  est la projection de la ligne objective  $FG$ , que  $FO$  &  $GO$  sont les rayons qui produisent les projections  $f$  &  $g$  des points  $F$  &  $G$  (par le Théorème 2.) mais  $fg$ , par le même théorème, est l'intersection du tableau avec le plan du triangle  $OFG$ ; & comme toute la ligne  $FGB$  se trouve dans ce plan, il s'ensuit que l'intersection  $B$  y fera aussi. Donc si la ligne  $fg$  étoit prolongée, elle passeroit par l'intersection  $B$ . Ce qu'il falloit démontrer en premier lieu.

La ligne  $OV$  étant parallèle à la ligne objective  $FG$  (par la Définition 17.) elle doit se

$Bij$

trouver ( par l'*Axiome 2.* ) dans le même plan que cette ligne , & dans le plan du triangle OFG : donc *fg* étant prolongée , doit passer aussi par le point de fuite V. Ce qu'il falloit démontrer.

Ce Théorème étant comme le point d'appui sur lequel porte toute la pratique de la Perspective , le Lecteur ne sauroit trop se le rendre familier. Pour fixer encore mieux son attention , j'ai cru devoir représenter sous un autre jour ce même Théorème dans la *figure 1. planch. 1.* où la projection *bc* rencontre la ligne objective BC dans le point K (\*) qui est l'intersection de cette ligne avec le tableau , & où la même projection *bc* passe par le point de fuite V , qui est celui où la ligne OV , parallèle à la ligne objective BC , rencontre le plan prolongé du tableau.

N. B. Lorsque la ligne objective elle-même passe par son point de fuite , ( ce qui arrive lorsque le point de l'œil O est dans cette ligne ) alors la projection entière de cette ligne

(\*) On suppose que les points K & V de la fig. 1. planch. 1. sont dans le plan du tableau , comme ils s'y trouveroient si ce plan étoit prolongé.



se réduit au point de fuite V ; & ainsi on peut dire alors que cette ligne s'éloigne tellement qu'elle disparoît : c'est en partie pour cela que j'ai appelé ce point, le point de fuite. D'ailleurs plus un objet est éloigné dans une ligne objective , plus sa projection est petite & s'approche du point de fuite ; de manière que lorsqu'il paroît dans ce point , sa projection est infiniment petite , parce que cet objet est alors à une distance infinie. Pour comprendre cela , il ne faut que se rappeler l'effet que produit sur nous la vue d'un homme qui se promène dans une longue allée : plus il s'éloigne, plus il nous paroît petit. On verra , dans les Corollaires suivans , la raison de cette diminution apparente.

*COROLLAIRE I.* Les projections de toutes les lignes objectives qui sont paralleles entre elles , & qui ne sont pas paralleles au tableau , passent toutes par le même point de fuite ; car elles n'ont qu'une seule parallele commune à toutes. C'est ce qu'on voit dans la figure 1. où les projections *da* & *cb* des lignes paralleles *DA* & *CB* se coupent dans leur point de fuite commun V.

*Figure 1.  
Planche 1.*

B iij

*COROLLAIRE II.* Le centre du tableau est le point de fuite de toutes les lignes perpendiculaires au tableau. ( Voyez les Définitions VII. XV. & XVII. )

---

### THEORÈME IV.

*La projection d'une ligne objective parallele au tableau , est parallele à cette ligne objective.*

Figure 5.  
Planche 1.

**S**OIT EF le tableau, AB la ligne objective qui lui est parallele, & *ab* sa projection; O le point de l'œil & OAB le cone optique: ( par le Théorème 2. ) *ab* est l'intersection du tableau avec le plan du triangle OAB. Donc AB étant parallele au plan EF du tableau, *ab* fera parallele à AB, étant l'une & l'autre dans le plan du triangle OAB, & ne pouvant pas se rencontrer: car si ces deux lignes pouvoient se couper, leur intersection seroit dans le plan EF: donc AB ne seroit pas parallele à EF.

*COROLLAIRE I.* Les projections de plusieurs lignes, paralleles entr'elles & paralleles au tableau, seront aussi paralleles entr'elles;

& ainsi les projections  $ab$  &  $d$  sont parallèles entr'elles & aux lignes objectives correspondantes  $AB$  &  $DC$ .

**COROLLAIRE II.** La projection  $abcd$  d'une figure plane  $ABCD$ , parallèle au tableau, est semblable à cette figure objective  $ABCD$  : car si l'on mène la diagonale  $AC$  & sa projection correspondante  $ac$ , les côtés  $ab$ ,  $bc$ ,  $ac$  seront parallèles aux côtés objectifs correspondants  $AB$ ,  $BC$ ,  $AC$ . Donc les angles en  $a$ ,  $b$  &  $c$  seront égaux aux angles correspondants  $A$ ,  $B$  &  $C$ ; & par conséquent le triangle  $abc$  sera semblable au triangle  $ABC$ , & le triangle  $acd$  au triangle  $ACD$  : donc toute la figure  $abcd$  est semblable à toute la figure  $ABCD$ .

**COROLLAIRE. III.** Dans le même cas, la longueur d'une ligne quelconque  $ab$  de la projection, est à la longueur de la ligne objective  $AB$ , comme la distance du tableau est à la distance du point de l'œil au plan objectif. Car soit la ligne  $OgG$  perpendiculaire à ces deux plans qu'elle coupe en  $g$  &  $G$ , nous aurons  $ab : AB :: Oa : OA :: Og : OG$  ( *par la prop. 17. du Liv. II. des Elemens.* ) Mais  $g$  est le centre du tableau,  $Og$  la distance du

B iv

tableau, &  $OG$  la distance entre le point de l'œil  $O$  & le plan objectif  $ABCD$ . Donc  $ab$  est à  $AB$  comme la distance du tableau est à la distance entre le point de l'œil & le plan objectif.

## T H E O R È M E V.

*La projection d'une ligne est parallele à sa directrice.*

**O**N a déjà fait voir dans les Définitions, de même que dans le *Théorème 3.* que les lignes  $OF$ ,  $OG$ ,  $OD$ ,  $fg$  sont toutes dans le même plan; mais le plan de direction  $ODE$  est parallele au plan du tableau  $ABIC$ . (*Définition 8.*) Donc la directrice  $OD$  est parallele à la projection  $fg$  (*par la Prop. 16. du Liv. II. de Elemens.*)

Figure 3.  
Planche 1.

**COROLLAIRE I.** Les projections des lignes qui ont la même directrice, sont paralleles entr'elles.

**COROLLAIRE II.** Lorsque la ligne objective  $GF$  est parallele au tableau, c'est-à-dire lorsque  $GF$  est parallele à  $BI$ , qui est l'intersection du tableau avec le plan objectif, la ligne

OD sera aussi parallèle au tableau & à la ligne objective, & par conséquent elle est dans le plan  $abAC$  parallèle au plan objectif. Donc aussi la ligne de fuite  $CV$  du plan objectif  $DEFH$  & la projection  $gf$  de la ligne objective  $GF$ , sont dans ce cas parallèles entr'elles.

*Pour voir cela évidemment, il n'y a qu'à concevoir, que le plan  $ODGF$  soit placé de façon que le point  $D$  se trouve sur la ligne  $Ob$ , les deux lignes  $OD$  &  $Ob$  se confondant ; car alors il est évident que  $GF$  sera parallèle à  $Ob$  & à  $BI$ , & que  $fg$  sera aussi alors parallèle à  $BI$  & à la ligne de fuite  $CV$ .*

## THEOREME VI.

*La ligne de fuite  $CV$ , l'intersection  $BI$  & la* *Figure 3:*  
*ligne de direction  $ED$  d'un plan objectif, sont* *Planche 1:*  
*parallèles entr'elles.*

CAR les plans  $OVC$  &  $DFH$  étant parallèles (par la *défin.* 16.) aussi bien que  $ODE$  &  $CAB$ , la ligne de fuite  $CV$ , l'intersection  $BI$  du tableau avec le plan objectif, & la ligne de direction  $ED$  seront pa-

rales (par la prop. 16. du liv. II. des *Elements*.) Ce qu'il falloit démontrer.

**COROLLAIRE.** La distance  $fV$  d'un point de projection  $f$  au point de fuite  $V$ , est à la distance  $BV$  du point d'intersection  $B$  de la ligne objective au même point de fuite  $V$ , comme la distance  $OV$  de l'œil au point de fuite  $V$ , est à la distance  $DF$  de la directrice au point objectif  $F$ . Car  $OVBD$  est un parallélogramme : donc  $BV$  est égal à  $DO$ , & les triangles  $fOV$  &  $OFD$  sont semblables, puisque leurs côtés  $Vf$  &  $OD$  sont parallèles. Donc  $fV : VO :: DO (= BV) : DF$ .  
 $fV : BV :: OV : DF$ .

---

## THEOREME VII.

*Les divers points de fuite de toutes les lignes d'un plan objectif sont dans la ligne de fuite  $CV$  de ce plan.*

### DEMONSTRATION.

Figure 3.  
 Planche 1.

**P**UISQUE toutes les lignes objectives sont dans le même plan, leurs parallèles qui passent toutes par le point de l'œil  $O$ , se-

sont aussi toutes dans le plan parallèle au plan objectif ( *par la Proposition 15. du Livre II. des Elemens.* ) Donc tous les points de fuite seront dans la ligne de fuite **CV**, prolongée , s'il est nécessaire.

**COROLLAIRE I.** Les plans objectifs qui sont parallèles entr'eux , ont la même ligne de fuite.

**COROLLAIRE II.** Le point de fuite de la commune section de deux plans objectifs , est le point où les deux lignes de fuite de ces plans se coupent sur le tableau.

**COROLLAIRE III.** La ligne de fuite d'un plan perpendiculaire au tableau , passe par le centre du tableau ; c'est-à-dire que dans ce cas le point **S** est le centre du tableau , & la ligne **OS** est la distance du tableau ; au lieu que dans les autres cas , où le plan objectif n'est pas perpendiculaire au tableau , le centre du tableau se trouve au dessus , ou au dessous du point **S** ou de la ligne de fuite **CSV**.



## T H E O R È M E VIII.

*Les intersections de toutes les lignes du même plan objectif avec le tableau sont dans l'intersection de ce plan avec le tableau. Ce qui n'a pas besoin de démonstration.*

## C O R O L L A I R E I.

**L'**INTERSECTION de la ligne qui fait la commune section de deux plans objectifs, est le point où les intersections de ces deux plans se coupent sur le tableau.

*COROLLAIRE II.* Les plans dont l'intersection commune est parallele au tableau, ont des intersections avec le tableau & des lignes de fuite paralleles entr'elles.





## PROBLÈME PREMIER.

*Etant donné le centre  $S$  & la distance  $OS$  de l'œil au tableau avec le point  $b$  du tableau, où tombe la perpendiculaire abaissée du point objectif  $A$ , sur le tableau  $DEVS$  & sa distance  $Ab$  au tableau, trouver la projection  $a$  de ce point objectif  $A$  sur le tableau.*

*Figure 6.  
Planche 14*

**M**ENEZ la ligne  $SO$ , égale à la distance du tableau & parallèle à la ligne donnée  $bA$ , qui est la distance du point objectif au tableau : joignez  $Sb$  &  $OA$ , qui se coupent en  $a$  ; le point  $a$  d'intersection fera la projection requise.

## D E M O N S T R A T I O N.

SI l'angle  $OSb$ , & par conséquent son alterne  $Aba$ , avoit été droit, & qu'on eût fait tourner les triangles  $SOa$  &  $bAa$  autour de l'axe  $Sab$ , jusqu'à ce que  $SO$  &  $bA$  fussent perpendiculaires au tableau  $DEVS$ ,  $O$  seroit devenu le point de l'œil,  $A$  le point objectif &  $AO$  le rayon visuel qui auroit coupé le tableau en  $a$ , & par conséquent le

point *a* ( par le Théorème II. ) auroit été la projection de l'objet *A* ; mais le point *a* est toujours le même , soit que l'angle *OSb* soit droit ou non ; parce que les triangles *OSa* & *Aba* sont semblables , & par conséquent  $Sa : ab :: SO : bA$ . Et cette proportion ne varie plus par le changement de l'angle *OSb*. Donc dans tous les cas , le point *a* ainsi trouvé , est la projection requise d'un point dont la distance au tableau est *Ab* & dont la position par rapport au tableau est *b*.

*COROLLAIRE I.* Ayant mené la droite *Sb*, on peut trouver le point *a* avec l'échelle & le compas, en divisant la ligne *Sb* en *a*, de maniere que *Sa* soit à la ligne *ab*, comme la distance *SO* de l'œil au tableau, est à la distance *bA* du point objectif au tableau ; ce qui est nécessaire , lorsque les distances *bA* ou *SO* sont fort grandes.

*COROLLAIRE II.* On peut trouver , par le moyen de cette proposition , la projection d'une ligne , en cherchant les projections de deux de ses points & menant une ligne droite par les deux projections trouvées.

## P R O B L Ê M E II.

*Etant donnée l'intersection d'une ligne objective avec le tableau , sa position sur le tableau & par conséquent l'angle qu'elle forme avec le tableau , le centre du tableau & la distance de l'œil au tableau , trouver la projection de cette ligne , son point de fuite & la distance de l'œil au point de fuite.*

**S**Oit DE la position donnée sur le tableau *Figure 6:*  
de la ligne proposée , D son intersection *Planche 1.*  
avec le tableau & S le centre du tableau.  
Menez DC , qui forme l'angle EDC égal à celui de la ligne objective avec sa position DE sur le tableau. Menez SV parallèle à DE & SO perpendiculaire à SV. Menez encore OV parallèle à DC & qui rencontre SV en V , & joignez par une autre ligne les points D & V. V fera le point de fuite , OV sa distance à l'œil , & DV la projection indéfinie de la ligne proposée.

## D E M O N S T R A T I O N .

IMAGINONS que les plans OSV & CED tournent autour des axes SV & DE jusques

à devenir perpendiculaires au tableau DEVS ; O fera le point de l'œil , DC la ligne objective , & OV sa parallèle ; V fera le point de fuite ( *par la définition 17* ) & par conséquent DV la projection indéfinie de cette ligne objective ( *par le Théorème 3.* ) Ce qu'il falloit démontrer.

**COROLLAIRE I.** Si l'on conçoit DAC comme la ligne objective que l'on amène sur le tableau , en faisant tourner le plan CDE autour de l'axe DE , on trouvera la projection d'une partie AC de cette ligne , en menant les rayons visuels AO & CO qui couperont DV en *a* & en *c* ; car les points *a* & *c* ne dépendent que du parallélisme des lignes OV & DC & de leur proportion ; la ligne *aV* étant à la ligne *aD* comme VO est à AD , &  $cV : cD :: VO : CD$  , à cause des triangles semblables *aVO* & *aDA* , *cVO* & *cDC*. On aura une idée plus claire de tout ceci , si l'on compare cette figure avec la figure 3 , où les points O , V , *f* , *g* , B , G , F sont analogues aux points O , V , *c* , *a* , D , A , C de celle-ci.

**COROLLAIRE II.** Ayant trouvé DV , on trouvera

trouvera la projection  $c$  d'un point quelconque avec l'échelle & le compas en faisant  $cV : cD :: OV : CD$ .

### P R O B L È M E III.

*La projection d'une ligne étant donnée avec son point de fuite, trouver la projection d'un point, qui divise en raison donnée la ligne objective.* Figure 7.  
Planche 14

**S** OIT  $AB$  la projection donnée sur laquelle il faille trouver la projection  $C$  d'un point qui divise la ligne objective suivant la raison donnée &  $V$  son point de fuite. Menez à volonté  $VO$  & faites  $ba$  parallèle à  $VO$ . D'un point quelconque  $O$  de la ligne  $VO$ , menez  $OA$  &  $OB$  qui couperont  $ba$  en  $a$  &  $b$ . Divisez  $ab$  en  $c$  dans la proportion donnée, & menez  $Oc$  qui coupe  $AB$  en  $C$ ; le point  $C$  fera la projection requise, la ligne objective de  $BC$  étant à celle de  $CA$ , comme  $bc$  est à  $ca$ .

#### D E M O N S T R A T I O N.

$OV$  étant parallèle à  $ba$ , on peut regarder

$C$

der  $ba$  comme la ligne objective, &  $OV$  comme  $fa$  parallele; par conséquent  $O$  fera le point de l'œil &  $aO$ ,  $bO$ ,  $cO$  les rayons visuels qui formeront les projections  $A$ ,  $B$ ,  $C$ .

*COROLLAIRE.* Pour peu que le Lecteur soit versé dans les mathématiques, il trouvera aisément que  $CA \times BV : CB \times AV :: ca : cb$ . Et il pourra trouver le point  $C$  avec l'échelle & le compas en faisant  $CA : CB :: AV \times ca : BV \times cb$ .

Car si l'on imagine la ligne  $acb$  parallele aux deux lignes  $OV$  &  $ab$ , on aura par les triangles semblables  $CA : Ca :: AV : OV$ .

$Ca : Cb :: ca : cb$ .  $Cb : CB :: OV : VB$ .  
Donc en composant par la multiplication ces trois proportions, on aura  $\frac{CA}{CB} = (\frac{CA}{Ca} \times \frac{Ca}{Cb} \times \frac{Cb}{CB} =)$   
 $\frac{AV}{OV} \times \frac{ca}{cb} \times \frac{OV}{VB} = \frac{AV}{VB} \times \frac{ca}{cb}$ ; c'est-à-dire  $CA : CB :: AV \times ca : VB \times cb$ .



## PROBLÈME IV.

*Etant donnée sur la projection indéfinie d'une* Figure 81  
*ligne , la portion AB , projection d'une* Planche 1.  
*partie de cette ligne & son point de fuite*  
*V , couper d'un point donné C de la pro-*  
*jection indéfinie un segment qui soit la pro-*  
*jection d'une autre partie donnée de la même*  
*ligne objective , correspondante à la projec-*  
*tion déterminée AB.*

**M**ENEZ à volonté VO & la ligne *abc* parallèle à VO , d'un point quelconque O , pris sur VO ; menez OA , OB , OC qui coupent *ab* en *a* , *b* , *c* ; prenez *cd* qui soit à *ab* , comme la partie donnée de la ligne objective est à la partie *ab* de la même ligne , & menez Od qui coupe AB en D. CD fera le segment requis.

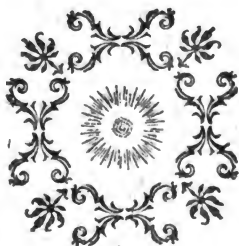
## D E M O N S T R A T I O N.

OV étant parallèle à *ba* , on peut regarder *ba* comme la ligne objective & OV comme sa parallèle ; par conséquent O sera le point de l'œil , O*a* , O*b* , O*c* , O*d* les rayons vi-

Cij

uels qui formeront les projections A , B , C , D ; ainsi qu'on l'a vu dans le Problème précédent , qui n'est qu'un cas particulier de celui-ci , sçavoir lorsque le point C se confond avec l'un des points A ou B.

*COROLLAIRE.* On peut trouver le point D avec une échelle & un compas , en faisant  $DC : DV :: dc \times AB \times CV : ab \times AV \times BV$ . Car on aura de la même manière que dans le Corollaire du Problème 3.  $BA : BC :: AV \times ab : CV \times bc$ , &  $CB : CD :: BV \times bc : DV \times cd$ . Donc en composant  $BA : CD :: AV \times BV \times ab : CV \times DV \times cd$ . Donc  $CD \times AV \times BV \times ab = AB \times CV \times DV \times cd$ . Donc  $CD : DV :: AB \times CV \times cd : AV \times BV \times ab$ .





## P R O B L É M E V.

*Étant donné le centre du tableau & la distance de l'œil au tableau, avec l'intersection d'un plan & son inclinaison au tableau ; trouver la ligne de fuite, son centre & sa distance.*

**S** OIT AB l'intersection donnée du plan avec le tableau, C le centre du tableau ; menez CO parallèle à AB & égale à la distance du tableau, & CA perpendiculaire à AB. Menez OS qui coupe AC prolongée en S, de manière que l'angle OSC soit égal à l'inclinaison du plan objectif avec le tableau. Menez enfin SD parallèle à AB ; SD sera la ligne de fuite, S son centre & OS sa distance.

Figure 9.  
Planche 11

## D E M O N S T R A T I O N.

IMAGINONS que le triangle OSC soit élevé sur le tableau de manière que OC soit perpendiculaire au tableau ASDB. Dans ce cas O seroit le point de l'œil, & SD étant parallèle à AB, un plan qui passeroit par cette dernière ligne & par le point O, seroit le parallèle d'un plan objectif qui passeroit par AB

C iij

& qui seroit incliné au tableau selon l'angle OSC. Donc SD est la ligne de fuite ; & OS étant dans ce cas perpendiculaire à SD, S seroit le centre & SO la distance de la ligne de fuite SD. Ce qu'il falloit démontrer.

*N. B.* En prenant OC pour rayon, CS est la cotangente & OS la cosécante de l'inclinaison du plan objectif avec le tableau.

## P R O B L È M E VI.

*Etant donné, l'intersection d'un plan objectif, sa ligne de fuite, son centre & sa distance ; trouver la projection d'une ligne quelconque du plan objectif, de manière que les figures de ce plan objectif soient représentées dans leurs justes proportions.*

*Figure 10.  
Planche 2.*

**S**OIT DF l'intersection donnée du plan objectif avec le tableau, HG sa ligne de fuite, & S le centre de cette ligne ; élevez SO perpendiculaire à GH. Soit ABDF le plan objectif ramené dans le plan du tableau, en le faisant tourner autour de son intersection DF, & soit OHG le plan parallèle au plan objectif, ramené aussi au plan du ta-

bleau, en le faisant tourner autour de la ligne de fuite HG. Soit encore AB la ligne objective dont on demande la projection ; & supposons enfin que AB coupe l'intersection en D. Menons OG parallèle à AB, & qui coupe la ligne de fuite en G. Menons ensuite la ligne DG, qui sera la projection indéfinie de la ligne objective AB. Enfin par les points A & B, menons à volonté les lignes AC & BC qui se rencontrent en C ; & après avoir trouvé, comme ci-devant, leurs projections indéfinies FI & EH qui coupent la ligne DG en *a* & en *b*, nous aurons dans la ligne *ab* la projection déterminée de la ligne objective AB ; puisque *a* est la projection de l'extrémité A de cette ligne objective, & *b* la projection du point B qui est son autre extrémité : car FI étant la projection indéfinie de AC, & DG de AB, l'intersection *a* de FI & DG sera la projection de l'intersection A de AC & AB, & ainsi de l'autre point *b*.

*Autrement*, soit KL la ligne objective donnée. Après avoir trouvé par la méthode précédente sa projection indéfinie QG, on mènera les lignes OK & OL qui coupent cette

projection en  $k$  &  $l$ . Ces points  $k$  &  $l$  seront les projections des extrémités  $K$  &  $L$  de la ligne objective.

*Autrement , par les lignes directrices.*

Figure 11.

Planche 2.

Soit  $EF$  l'intersection donnée , & que le plan objectif soit ramené dans le plan du tableau  $EFGH$  , de maniere que la ligne de direction , qui est l'intersection commune du plan objectif & du plan de direction ( *définition 14.* ) tombe sur  $HI$  , & que la distance entre  $EF$  &  $HI$  soit égale à la distance de la ligne de fuite donnée. Soit aussi  $O$  le point de l'œil ; ramené dans le plan du tableau avec le plan de direction  $HOI$  ( *qui est parallele au tableau , définition 8.* ) on trouvera la projection indéfinie d'une ligne objective  $AB$  , en la prolongeant , jusques à ce qu'elle coupe  $EF$  &  $HI$  en  $F$  &  $G$  ; menant ensuite  $OG$  & tirant  $Fa$  parallele à  $OG$  ,  $Fa$  fera la projection indéfinie requise. On trouvera de même la projection indéfinie  $Ed$  d'une autre ligne  $AD$  , qui passe par  $A$  & par son intersection. Avec  $Fa$  on aura la projection  $a$  de l'extrémité  $A$ . On aura de même l'autre extrémité  $b$  , ou bien on trouvera ces extrémités en

menant des lignes des points A & B au point O , comme dans la construction précédente.

### D E M O N S T R A T I O N .

IMAGINONS que ces figures soient repliées ( *figure 10. planche 2.* ) en DF & HG & ( *figure 11. planche 2.* ) en EF & HI , de maniere que le plan objectif , son parallele & le plan de direction reviennent avec le point de l'œil O dans la position qui leur convient. On verra alors que D ( dans la *figure 10. planche 2.* ) & F ( dans la *figure 11. planche 2.* ) est l'intersection de AB & que G ( dans la *figure 11. planche 2.* ) est son point de direction ; mais OG ( dans la *figure 10. planche 2.* ) est toujours parallele à AB. Donc G est son point de fuite , & DG sa projection indéfinie ( *par le Théorème 3.* ) & Fa ( dans la *figure 11. planche 2.* ) est toujours parallele à OG qui est la ligne directrice de AB. Donc Fa est la projection indéfinie de AB ( *par le Théorème 5.* ) Il est clair que le point *a* par l'intersection de FI avec DG ( dans la *figure 10. planche 2.* ) & de Ed avec Fa ( dans la *figure 11. planche 2.* ) est la projection du point

d'intersection des lignes objectives AB & AC (dans la figure 10. planche 2.) & de AB & AD (dans la figure 11. planche 2.)

L'autre construction par les lignes AO & BO, ou OK & KL, est la même que celle de la figure 6. planche 2. par les lignes AO & CO pour trouver les points *a* & *c* dans cette figure 6. planche 1. comme on l'a expliqué dans le Corollaire 1. du Problème 2.

N. B. 1°. Le Lecteur qui n'est pas versé dans les mathématiques, n'aura pas beaucoup de peine à imaginer comment le plan objectif, son parallèle & le plan de direction peuvent se ramener aussi bien que le point de l'œil dans le plan du tableau, s'il veut bien faire attention que dans la figure 3. planche 1. tous ces différens plans peuvent se rapprocher à mesure que les angles OVB & ODB s'aggrandissent; de manière que le parallélogramme OVBD ne formera plus qu'une ligne droite OVB, & le plan de direction ODE se confondra avec le plan du tableau OVB, de même que le plan objectif BHF, qui sera vu au travers du tableau & collé derrière le tableau.

*N. B.* 2°. Dans la figure 11. planche 2. les projections *ad* & *kl* sont parallèles, parceque leurs lignes objectives ont la même directrice *OH*, conformément au Corollaire 1. du Théorème 5. Il en est de même des projections *lm* & *cd* dont les lignes objectives ont la même directrice *OĪ*.

## P R O B L È M E VII.

*Les mêmes choses étant données, comme dans le Problème précédent ; trouver la projection d'une figure, qui est dans le plan objectif.*

**O**N trouvera la projection entière de la figure donnée, en cherchant par le Problème précédent les projections de ses différentes parties.

Par exemple : la projection *klmnp* du pentagone *KLMNP* se trouve en cette manière. Menez *OG*, *OH*, *OĪ*, *OV* parallèles à *KL*, *LM*, *MN*, *KP*, respectivement; les points *G*, *H*, *Ī*, *V* feront leurs points de fuite ; & *KL*, *LM*, *MN*, étant prolongées, couperont leurs projections indéfinies dans leurs intersections *Q*, *R*, *T*. Donc en menant *QG*, *RH*,

Figure 10.  
Planche 24

T $\bar{I}$ , on aura les projections  $l$  &  $m$  des points L & M par les interfections mutuelles de ces lignes. Menant ensuite OK & ON, on aura les points  $k$  &  $n$ ; & menant  $kV$  au point de fuite V de la ligne objective KP, on aura la projection indéfinie de KP. Enfin menant OP, on aura le point  $p$ .

On trouvera les projections des figures curvilignes en cherchant celles de leurs différens points, & en les joignant ensuite à la main, aussi exactement qu'il sera possible.

*Fig. 13. n.* Ainsi dans la figure 13. n°. 1. DE étant l'interfection & VF la ligne de fuite, O le point de l'œil & ABC le cercle objectif placé comme dans le Problème précédent, on trouvera la projection  $a$  d'un point quelconque A, en menant AD & sa parallèle OV; menant ensuite DV & OA qui se coupent au point requis  $a$  selon la construction du Problème 6. D étant l'interfection & V le point de fuite de la ligne AD. Si les autres lignes de la même figure sont menées parallèlement à la ligne AD & parallèlement les unes aux autres, le même point de fuite leur fera commun.

*1. plan. 2.*



Ou bien comme dans n°. 2. ( \* ) VF étant *Fig. 13. n°. 2. planch. 2.* la ligne de direction ramenée dans le tableau, ainsi que dans la figure 11. planche 2. & tout le reste subsistant comme ci-devant ; on mènera à volonté AD qui coupera DE & VF en D & en V, & menant ensuite OV & Da sa parallèle, on mènera encore la ligne OA, qui coupant la ligne Da en a, donne, par là même, la projection a du point A ; & le même point V servant de point de direction à tous les points A, B, &c. & à la même ligne OV (par le Corollaire 1. du Théorème 5.) Toutes les lignes qui sont parallèles à la ligne Da seront parallèles entr'elles & à la même ligne OV.

( \* ) On peut remarquer que cette ligne VF représente la ligne DE de la figure 3. planche 1. ramenée sur le plan du tableau, en aggrandissant les angles OVB, ODG jusques à ce qu'ils deviennent chacun de 180. degrés ; les angles DOV, & DBV devenant alors nuls, ainsi qu'on l'a vû dans la 1<sup>re</sup>. remarque du Problème 6. la ligne DE ainsi ramenée sur le tableau est parallèle à la ligne de fuite CV (figure 3. planche 1.) & à la ligne d'intersection BI, & OD est toujours égal à BV.



---

 PROBLÈME VIII.

*Trouver la projection d'une figure , qui est dans un plan parallèle au tableau.*

**O**N a vu dans le *Corollaire 2. du Théorème 4<sup>e</sup>.* que cette projection doit être semblable à son objet. Il faut donc prendre une copie semblable à la figure objective , en donnant à ses côtés homologues la proportion qu'on a expliquée dans le *Corollaire 3<sup>e</sup>. du même Théorème.*

---

## PROBLÈME IX.

*Etant donnée l'intersection d'un plan , sa ligne de fuite , son centre , & sa distance ; trouver la figure objective d'une projection faite sur le tableau.*

Figure 10.  
Planche 2.

**T**OUT étant préparé dans la figure 10. planche 2. comme dans les Problèmes 6. & 7. soit proposé de trouver la figure objective de la projection *klmnp*. Continuez les projections *kl* , *lm* , *mn* jusques à ce qu'elles coupent l'intersection en *Q* , *R* , *T*. qui feront leurs intersections , & la ligne de fuite

en G , H , I qui seront leurs points de fuite. Prolongez aussi la ligne *kp* jusques à son point de fuite V & menez les lignes OG , OH , OI , OV , & QK , RM , TN parallèles aux trois premières respectivement ; elles se couperont mutuellement en L & en M. Menez Ok & On qui couperont QL & TM dans les points objectifs K & N de *k* & *n*. Menez KP parallèle à OV & Op , qui la coupe en P , & ce point P sera le point objectif de *p*. Enfin en menant NP , on aura la figure objective requise.

#### D E M O N S T R A T I O N .

CETTE construction est évidente par le *Problème 7<sup>e</sup>*. qui est l'inverse de celui-ci.

*N. B.* On peut de même revenir à la figure objective , par le moyen des lignes directrices , comme dans la figure 1<sup>re</sup>.



## PROBLÈME X.

*Les mêmes choses étant données ; trouver seulement la longueur de la ligne objective d'une projection donnée.*

Figure 10.  
Planche 2.

SOIT I, II la projection donnée, le reste de la figure étant conçu, comme dans les Problèmes précédens ; prolongez I, II jusques à sa rencontre avec la ligne de fuite, dans son point de fuite V : & après avoir mené VO ; prenez dans la ligne de fuite V<sub>3</sub> égal à VO. Menez ensuite 3, I & 3, II. qui coupent la ligne d'intersection en 1 & 2 ; je dis que 1, 2 fera la longueur cherchée de la ligne requise de la ligne objective dont la projection est I, II.

## D E M O N S T R A T I O N.

SOIT W l'intersection de I, II. V<sub>3</sub> étant égal à VO, distance du point de fuite, & W<sub>2</sub> étant parallele à V<sub>3</sub>, on pourra prendre le point 3 pour le point de l'œil, W<sub>1</sub> 2 pour la ligne objective, & 3. 1, & 3. 2 pour les rayons visuels qui forment la projection I. II. Car si l'on compare cette figure 10. planche 2. avec  
la

la figure 3. planche 1. on verra que l'intersection W est la même chose que B ( figure 3. planche 1. ) que WV est BV ; 3V parallèle à W 1. 2 est la même ligne que OV parallèle à BGF ; que I. II est gf, & par conséquent 1. 2 répond à GF de la même figure 3. planche 1.

COROLLAIRE. On peut trouver la longueur 1. 2 avec l'échelle & le compas, en faisant 1. 2 : V<sub>3</sub> ( ou VO ) :: I. II × WV : I. V × II. V. Car  $\frac{1.2}{V_3} = \frac{1.2}{dI} \times \frac{dI}{I. II} \times \frac{I. II}{V_3} = \frac{1.2}{I. 3} \times \frac{V_3}{II. V} \times \frac{I. II}{V_3} = \frac{WV}{I. V} \times \frac{V_3}{II. V} \times \frac{I. II}{V_3} = \frac{WV}{I. V} \times \frac{I. II}{II. V}$  c'est-à-dire que 1. 2 : V<sub>3</sub> :: I. II × WV : II. V × I. V.

## P R O B L Ê M E   X I.

*Etant donnée la ligne de fuite d'un plan, son centre & sa distance, & la projection d'une ligne de ce plan ; trouver la projection d'une autre ligne du même plan, qui forme un angle donné avec la première.*

**S**OIT O le point de l'œil, placé comme Figure 10.  
Planche 2.  
dans les Problèmes précédents, GH la  
ligne de fuite, & ab la projection donnée ;

D

il est question de mener  $ac$ , de manière que l'angle objectif de  $bac$  soit égal à un angle donné. Prolongez  $ab$  jusques à son point de fuite  $G$  : menez  $GO$  &  $OI$  qui forment l'angle  $GOI$  égal à l'angle donné, & qui coupent la ligne de fuite en  $I$ . Menez ensuite  $Ia$  qui fera la ligne cherchée.

### D E M O N S T R A T I O N .

LA figure étant conçue, comme dans les Problèmes précédens, soit  $AB$  la ligne objective de  $ab$ , & par conséquent parallèle à  $OG$  ( *par la Définition 15. & par le Théorème 3.* ) Par la même raison  $AC$  parallèle à  $OI$  est la ligne objective de  $ac$  ; puisque  $I$  est son point de fuite ( *Théorème 3.* ) Mais  $AB$  &  $AC$  étant parallèles à  $OG$  &  $OI$ , l'angle  $BAC$  est égal à  $GOI$ , qui est égal, par la construction, à l'angle donné. Donc  $bac$  représentant l'angle  $BAC$ , représente aussi l'angle donné. Ce qu'il falloit construire.

*N. B.* S'il avoit fallu faire en sorte, que l'angle  $abc$  représentât l'angle  $ABC$ , il auroit fallu prendre l'angle  $GOH$ , supplément à deux droits, de l'angle  $ABC$ . Car ces lignes  $OH$ ,

OG étant parallèles aux lignes BC, BA, il est évident que l'angle GOH est supplément de l'angle ABC.

## PROBLÈME XII.

*Etant donnée la ligne de fuite d'un plan, son centre & sa distance, & la projection d'un côté d'un triangle d'une espèce donnée, & qui est sur ce plan; trouver la projection de tout le triangle.*

ON trouvera les projections des côtés qui manquent à ce triangle, par le Problème précédent, les angles du triangle étant donnés; & ainsi ayant la projection donnée *ab* du côté AB du triangle ABC, on trouvera le point de fuite I du côté *ac*, en faisant l'angle IOG égal à l'angle CAB, & l'on aura le point de fuite H du côté *bc*, en faisant l'angle HOG supplément de CBA.

*N. B.* Si le point de fuite de la ligne donnée *ab* est hors de portée, on pourra procéder de la manière suivante. Prenez une ligne DR (parallèle à la ligne de fuite HG,

D ij

par le *Théorème 6.*) pour la ligne d'intersection, & par le moyen de deux lignes  $HbE$ ,  $IaF$ , menées à volonté par les points  $b$  &  $a$ , vous aurez les points objectifs  $A$  &  $B$  des points  $a$  &  $b$  ( par le *Problème 9.* ) & vous menerez  $AB$ . Ensuite sur le côté  $AB$ , vous acheverez le triangle objectif, & vous trouverez les projections des côtés qui manquent par le *Problème 7.* Cela est fondé sur ce que dans la *figure 3. planche 1.* si l'on mène un plan parallele au plan objectif, la projection d'une figure donnée sur le plan objectif, sera aussi la projection d'une figure semblable du plan parallele au plan objectif.

### P R O B L Ê M E   X I I I .

*Etant donnée la ligne de fuite d'un plan, son centre & sa distance, & la projection d'un côté d'une figure donnée sur ce plan, trouver la projection de toute la figure.*

**R** Eduisez toute la figure donnée en triangles par le moyen des diagonales, & cherchez les projections de tous ces triangles l'un après l'autre ( par le *Problème 12.* ) en



commençant par ceux qui ont la ligne donnée pour un de leurs côtés. On peut faire la même chose en différentes manières par l'application des Problèmes précédens, selon ce qui conviendra le mieux dans chaque cas particulier. C'est ce que l'on verra plus clairement dans quelques exemples.

## E X E M P L E I.

SOIT IK la ligne de fuite, S son centre, & SO sa distance; soit AB parallèle à IK la projection donnée d'un côté d'un exagone régulier. Menez OG parallèle à IK ( *par la Définition 15.* ) la ligne objective AB étant parallèle au tableau ( *par le Corollaire 2. du Théorème 5.* ) Vous trouverez les points de fuite H, I, K des côtés & des diagonales BC, FE; AD; AF, BE, CD; AC, [ *par le Problème II.* ] en faisant les angles HOG de 60 degrés, IOG de 120 degrés, & KOG de 30 degrés; & menant AK & BH, vous aurez le point C. Menez AH & CI, vous aurez le point D. Menez DE parallèle à IK. & la ligne AS, vous aurez le point E. ( car S est le point de fuite de AE, l'angle objectif de EAB

Figure 14.  
Planche 2.

étant un angle droit , comme GOS. ) Enfin menez EH & AI , vous aurez le point F , & par conséquent toute la figure requise. *On n'a pas mené les lignes AK , AS , pour ne pas embrouiller la figure ; on fera souvent de même dans les autres Exemples.*

### E X E M P L E I I.

DANS la figure 15. planche 3. on trouve la projection *mrptqs* de la figure MRPTQS ( qui est l'ichnographie d'un icosaèdre régulier assis sur l'une de ses faces. ) Etant donnée la projection *ab* du côté AB , & la ligne de fuite VX , avec le point de l'œil O ramené sur le tableau , comme dans le Problème précédent , on décrit d'abord l'ichnographie objective en traçant deux exagones réguliers & concentriques AFBICH & RMSQTP , dont les côtés homologues sont en raison des parties d'une ligne coupée en extrême & moyenne raison. ( Voyez la Définition 3. du Liv. 6. des *Elements* ) & en menant les lignes que l'on voit tracées dans la figure.

Ayant prolongé la projection *ab* jusques à son point de fuite V , on aura les points de

fuite  $W$  &  $X$  des autres deux côtés du triangle  $abc$  (par le Problème 21.) ensuite menant à volonté  $sP$  parallèle à  $VX$ , menez  $Wa$  &  $Wb$  qui coupent cette ligne en  $a$  &  $b$ ; & divisant  $ab$  en  $k, d, e, l$ , en même proportion que  $AB$  en  $K, D, E, L$ , on menera  $kW, dW, eW, lW$ , pour avoir les projections  $k, d, e, l$  des points  $K, D, E, L$  (par le Problème 3.); menant ensuite  $dX, eW$  &  $eX$ , on aura les points  $f$  &  $g$ ; menez enfin  $gV$ , & vous aurez les point  $h$  &  $i$ : car  $X, W$  &  $V$  étant les points de fuite respectivement de  $bc, ac$ , &  $ab$ , les projections indéfinies  $dX, eW, cX$ , &  $gV$  seront celles des lignes objectives  $FDH, FEI, EG$ , &  $HGI$  parallèles à  $BC, AC, BC$  &  $AB$ . En menant  $nX$  &  $lW$ , on aura le point  $m$ , parce que  $KM$  est parallèle à  $CB$ , & l'on aura  $n$  (projection de  $N$ ) par l'intersection de  $kX$  avec  $dW$  déjà tracées; puisque  $kX$  est la projection indéfinie de  $KM$  &  $dW$  de la parallèle à  $AC$  qui passe par  $D$ , ou de la ligne  $DN$ . Faisant ensuite  $do$  &  $op$  égales chacune à  $md$ ; & menant  $oW, pW$ , on aura les points  $o$  &  $p$  (par le Problème 3.) parce que  $MO$  est double de  $OP = MN$ .

Div

Ensuite menant  $pV$ , on a le point  $q$  par son intersection avec  $lW$  déjà tracée ; parce que  $PQ$  est parallèle à  $AB$ , &  $QL$  à  $AC$ . Menez  $oW$  &  $nV$ , vous aurez le point  $r$ .

Faites  $ms$  égale à  $md$ , & menez  $sW$ , vous aurez le point  $s$ . Enfin menant  $sX$ , qui coupe  $roW$  déjà tracée, on aura  $t$ . On achève le reste, en joignant les points trouvés, comme on le voit assez dans la figure.

### E X E M P L E III.

ON trouve dans cet Exemple, la projection de l'ichnographie d'un dodécaèdre régulier, lorsque l'on a la projection donnée de l'un de ses côtés, en revenant à la figure objective par le *Problème 9*. & procédant ensuite par le *Problème 7*. le Lecteur peut s'exercer en examinant cette figure ; & je dois seulement lui faire remarquer, que l'ichnographie objective se fait en décrivant deux décagones concentriques & parallèles, dont les côtés homologues sont comme les segmens d'une ligne coupée en moyenne & extrême raison.



## E X E M P L E    I V.

DANS cet Exemple , DC étant la ligne de fuite & O le point de l'œil ramené au tableau, Figure 17:  
Planche 3. comme dans les Problèmes précédents , on trouvera la projection ANBMLP d'un octaëdre régulier , étant donnée la projection AB de l'un de ses côtés. Il n'y a qu'à opérer de cette manière. Ayant prolongé AB jusques à son point de fuite C ; on trouvera le point de fuite G des côtés AK & NM ( par le Problème 11. ) en faisant l'angle COG de 60 degrés. Ensuite , ( par le Problème 10 ) en choisissant une ligne *bl* parallèle à CD , pour servir d'intersection , & faisant CD égal à CO , & GH égal à GO , si on mène DA & DB , qui coupent *bl* en *a* & *b* , *ab* fera la longueur de la ligne objective de AB. Menez HA qui coupe *bl* en *a* , & faites *al* égal à *ab* ; menez encore l'H qui coupe AG en L , vous aurez la projection AL ( dont la ligne objective est égale à *al* , & par conséquent à la ligne objective de AB , puisque *al* est égal à *ab* . ) Divisez ensuite *ab* & *al* chacune en trois parties égales par les points *e* , *f* , *i* , *k* , & menez

$eD$ ,  $fD$ ,  $iH$ ,  $kH$ , vous aurez les points  $E$ ,  $F$ ,  $I$ ,  $K$ , (par le Problème 3.) Menez enfin  $FG$ ,  $KH$ ,  $EI$ , vous aurez les points  $M$ ,  $N$ ,  $P$ , qui achevent la figure.

## P R O B L È M E   X I V .

*Etant donnés le centre & la distance du tableau , avec la ligne de fuite d'un plan ; trouver le point de fuite des lignes perpendiculaires à ce plan.*

Figure 18.  
Planche 3.

**S**OIT  $AB$  la ligne de fuite donnée, &  $C$  le centre du tableau. Abaissez  $CA$  perpendiculaire, & menez  $CO$  parallèle à la ligne  $AB$ , & que  $CO$  soit égale à la distance du tableau. Joignez  $AO$  & elevez  $OD$  perpendiculairement à  $AO$  qui coupe  $CA$  en  $D$ ; le point  $D$  fera le point de fuite requis.

## D E M O N S T R A T I O N .

IMAGINONS que le triangle  $AOD$  tourne sur le plan de la figure, de maniere que  $CO$  lui devienne perpendiculaire, & que  $O$  devienne le point de l'œil. Le plan qui passeroit alors par le point  $O$  & par la ligne  $AB$ ,

seroit le parallele du plan objectif, & la ligne OD lui seroit perpendiculaire. Par conséquent ce seroit la parallele de toutes les lignes perpendiculaires au plan objectif. Donc D est le point de fuite de ces perpendiculaires ( par la *Définition 17.* )

*N. B. 1.* Lorsque la ligne de fuite AB passe par le centre du tableau, c'est-à-dire, lorsque le plan objectif est perpendiculaire au tableau, le point D est à une distance infinie, la ligne OD étant parallele à AD ; & les projections des lignes perpendiculaires au plan proposé seront toutes perpendiculaires à AB, puisqu'elles ne peuvent rencontrer la ligne AC, qui lui est perpendiculaire, qu'à une distance infinie. Elles seront donc toutes paralleles entr'elles ; ce qui doit être encore par une autre raison, puisque leurs lignes objectives sont toutes paralleles au tableau.

*N. B. 2.* Lorsque le plan objectif est parallele au tableau, au lieu de lui être perpendiculaire, la distance CA devient infinie, & par conséquent OA est parallele à CA, & OD se confond avec OC, & fait tom-

ber le point D au centre C du tableau ; conformément au *Corollaire 2 du Théorème 3.*

*N. B. 3.* CD est troisieme proportionnelle à AC & CO , de même que AD à AC & AO.

*N. B. 4.* OD est la distance du point de fuite D.

## P R O B L Ê M E   X V.

*Etant donné le centre & la distance du tableau ; trouver la ligne de fuite , son centre & sa distance , des plans perpendiculaires aux lignes qui ont un certain point de fuite donné.*

*Figure 18.  
Planche 3.*

**S**OIT C le centre du tableau , D le point de fuite donné. Joignez DC & élevez CO perpendiculaire à DC & égale à la distance du tableau ; joignez DO & élevez OA perpendiculaire à DO qui coupe DC en A. Elevez AB perpendiculaire à DC. AB sera la ligne de fuite requise , A son centre ( *par le Théorème 1.* ) & AO sa distance.

Cette construction fuit nécessairement de celle du Problème précédent , & l'on doit y appliquer les mêmes remarques.



## PROBLÈME XVI.

*Etant donné le centre & la distance du tableau ; mener par un point donné la ligne de fuite d'un plan perpendiculaire à un autre plan , dont la ligne de fuite est donnée , & trouver le centre & la distance de cette ligne de fuite.*

**S** OIT AB la ligne de fuite donnée & C le centre du tableau , soit aussi E le point donné ; cherchez le point de fuite D des lignes perpendiculaires aux plans objectifs dont AB est la ligne de fuite (*par le Problème 14.*) Menez DE , qui fera la ligne de fuite requise ; abaissez CF perpendiculaire à DE en F , & F fera le centre de la ligne de fuite DE (*par le Théorème 1.*) Faites un triangle rectangle , dont la base soit CF , & dont l'autre côté perpendiculaire à la base CF soit égal à la distance du tableau ; son hypoténuse sera la distance de la ligne de fuite DE (*par le Corollaire du Théorème 1.*)

Figure 18.  
Planche 3.

## D E M O N S T R A T I O N .

PUISQUE le plan dont on demande la li-

gne de fuite est perpendiculaire à l'autre plan, la ligne de fuite doit passer par le point de fuite D des lignes perpendiculaires à cet autre plan ; parce que quelques unes de ces lignes sont dans le plan requis. Donc DE est la ligne de fuite requise. Le reste n'a pas besoin de démonstration.

*COROLLAIRE I.* Si l'on prolonge FC jusques à son intersection B avec la ligne de fuite, ce point B fera le point de fuite des lignes perpendiculaires au plan objectif de la ligne de fuite DE. Car ce point de fuite est (*par la construction du Problème 14.*) dans la ligne FC ; & par la démonstration du Problème présent, il est aussi dans la ligne de fuite donnée AB.

*COROLLAIRE II.* Par conséquent si les lignes de fuite AB & DE se rencontrent en G, les points B, D & G seront les points de fuite des trois côtés de l'angle solide d'un cube, puisque ces trois côtés sont perpendiculaires entr'eux ; & ayant mené DB, on aura les lignes de fuite BG, GD & DB des trois plans qui forment cet angle solide.

*COROLLAIRE III.* La distance de la ligne

de fuite DG est égale à la ligne FP, si le point P est l'intersection de la ligne FC avec un cercle décrit sur le diamètre DG. Voyez la Remarque 3. du Problème 14.

## PROBLÈME XVII.

*Etant donné le centre & la distance du tableau, & le point de fuite de l'intersection commune de deux plans inclinés l'un à l'autre d'un angle donné, avec la ligne de fuite de l'un des deux ; trouver la ligne de fuite de l'autre plan.*

**S** OIT C le centre du tableau, BG la ligne Figure 18.  
de fuite donnée de l'un des deux plans, Planche 3.  
B le point de fuite de leur intersection commune, & H l'angle donné de leur inclinaison. Cherchez la ligne de fuite GD des plans perpendiculaires aux lignes, dont le point de fuite est B ( par le Problème 15. ) Supposons que cette ligne de fuite coupe celle qui est donnée en G. Cherchez dans GD le point de fuite E des lignes qui forment l'angle donné H, avec celles dont le point de fuite est G ( par le Problème 11. ) c'est-à-dire que

dans BCF perpendiculaire à GFD , il faut prendre FP égale à la distance de la ligne de fuite GD ( trouvée par le *Problème 15.* ) & menez PG & PE , qui forment ensemble l'angle donné EPG égal à H. Menez BE qui sera la ligne de fuite requise.

### D E M O N S T R A T I O N .

IMAGINONS que le triangle GPE tourne autour de la ligne GE , de maniere que le point P devienne le point de l'œil & qu'il réponde perpendiculairement au centre C du tableau ; dans ce cas les plans BPG , GPD , DPB seront les paralleles des trois plans objectifs dont les lignes de fuite sont BG , GD , DB ; celui dont la ligne de fuite est DG , est perpendiculaire aux autres deux par la construction précédente , parce qu'il est perpendiculaire à leur intersection commune , dont le point de fuite est B. Donc les plans objectifs dont les lignes de fuite sont BG & BD , forment par leur inclinaison mutuelle l'angle EPG , c'est-à-dire un angle égal à l'angle H : ( car l'inclinaison de deux plans se mesure toujours dans un plan perpendiculaire à leur intersection

intersection commune. ) Donc BG étant la ligne de fuite donnée , BE est la ligne de fuite requise.

N. B. Le centre de la ligne de fuite BE se trouve en abbaissant du centre une perpendiculaire à cette ligne , ( *par le Théorème 1.* ) & l'on trouve ensuite sa distance , comme on a trouvé la distance PF dans le *Problème 16.*

## P R O B L È M E XVIII.

*Etant donné le centre & la distance du tableau , avec la ligne de fuite de l'une des faces d'un solide proposé , & la projection d'une ligne dans cette face ; trouver la projection de tout le solide.*

C HERCHEZ par le moyen de la projection donnée , l'ichnographie de la figure proposée sur le plan de la face dont la ligne de fuite est donnée ( *par le Problème 13.* ) Ensuite ( *par le Problème 16.* ) vous chercherez la ligne de fuite du plan de l'orthographie , par le moyen des lignes déjà données dans l'ichnographie ( *par le Problème 13.* )

E

Enfin par les intersections des projections des perpendiculaires avec l'ichnographie & l'orthographie , vous trouverez les différents points de la projection requise.

*Autrement*, Ayant trouvé la projection de la face , dont la ligne de fuite est donnée , par le moyen de la projection de la ligne donnée, on cherchera les lignes de fuite des faces adjacentes ( *par le Problème 17.* ) & l'on décrira leurs projections par le moyen des lignes données dans la projection de la première face , & ainsi de fuite jusques à ce qu'on ait achevé toute la projection requise.

Telle est la méthode générale , qu'on peut employer pour mettre en *perspective* toute sorte de figure proposée ; mais dans la pratique , on peut employer , selon les différents cas particuliers , divers expédiens , en y appliquant toujours les Problèmes précédents , comme on le comprendra plus aisément par les exemples suivans.

#### E X E M P L E V.

Cet exemple nous présente la projection d'un dodécaèdre régulier , trouvée par le

moyen de l'ichnographie & de l'orthographie.

Etant donnée la projection AB de l'un de ses côtés parallèle au tableau, FG parallèle à AB étant la ligne de fuite donnée de la face ABCDE, F étant son centre, H le centre du tableau & HO sa distance à l'œil. Remarquez que pour éviter la confusion des lignes j'ai éloigné l'ichnographie & l'orthographie de l'espace occupé par la projection requise, en procédant de la manière suivante. Fig. 19.  
planc. 4.

Pour avoir d'abord l'ichnographie, menez à volonté & à une distance suffisante *ab* parallèle à AB : menez ensuite IA & IB qui coupent *ab* en *a* & *b*, ce qui porte la ligne AB en *ab* ; I étant le point de fuite des lignes perpendiculaires à la face ABCDE, dont la ligne de fuite est FG ; on trouve ce point par le *Problème 14*. Enfin on décrit toute l'ichnographie sur la ligne *ab* par le *Problème 13*. comme on l'a déjà fait dans l'*Exemple 3*.

Quant à l'orthographie, on prend pour sa ligne de fuite, comme étant la plus con-

E ij

venable, la ligne IHF qui passe par le centre du tableau. L'orthographie étant dans ce cas plus simple, & les projections des lignes qui sont perpendiculaires à ce plan, étant toutes perpendiculaires à FI *par la note 1. du Problème 14.*

Menez du point de fuite G de la ligne *ae* de l'ichnographie la ligne GA, & du point I la ligne *eI* qui coupe la première en E, vous aurez la projection AE; ensuite menez Aa & Ee toutes deux parallèles à GF, (& représentant par conséquent les perpendiculaires à l'orthographie, ainsi qu'on l'a déjà dit;) menez encore *a e* à volonté par le point F, la ligne *F a e* coupera ces deux parallèles en *a* & *e*, ce qui donne *ae*, & par le moyen de cette ligne *a e* vous aurez toute la projection de l'orthographie (*par le Problème 13.*) Lorsqu'on aura ainsi trouvé les projections de l'ichnographie & de l'orthographie, on trouvera la projection requise d'un point quelconque K, en menant *kK* parallèle à FG, & *kI* par les points correspondants K & *k*, & ces lignes se couperont en K.

Pour rendre intelligible la projection du



cube qu'on voit dans cette figure , il suffit d'avertir le lecteur que les lignes FG & FI sont deux de ses lignes de fuite , & que la troisième qui passe par le point I , est une parallèle à FG.

Quant aux ombres que l'on suppose produites par le soleil sur le plan de la face ABCDE du dodécaèdre , on les trouvera de la même manière qu'on trouve l'ombre  $uv$  d'une ligne , ou côté  $Vv$  d'un cube.

Soit S le point de fuite donné de tous les rayons de lumière , qui étant supposés venir du soleil , sont censés parallèles. Donc IS , qui passe par le point de fuite I de la ligne  $Vv$  , & par le point de fuite S des rayons de lumière , est la ligne de fuite du plan formé par tous les rayons , qui passent par la ligne  $Vv$  & qui forment l'ombre  $uv$  ; & IS coupant en  $s$  la ligne de fuite FG du plan où l'ombre tombe ,  $s$  sera le point de fuite de l'ombre  $uv$  , laquelle est l'intersection du plan qui produit l'ombre ( dont la ligne de fuite est Is ) avec le plan où l'ombre tombe ( le point  $s$  étant le point de fuite de cette intersection ( par le Corollaire 2 du Théorème 7. ) Ayant donc mené  $vs$

Figure 19.  
Planche 4.

& VS qui se coupent en *u*, vu fera l'ombre de la ligne Vv.

*N. B.* Dans l'objet de l'orthographie de la figure présente, les points *e, m, s, p*, sont les angles d'un quarré; les lignes *on, al, qr* étant paralleles à *em*, & *oq, nr* étant paralleles à *ep*, & égales à *al*, les lignes *tk, on, qr* seront égales, & *on, em, al* seront en proportion géométrique continuë du moindre segment au plus grand segment d'une ligne coupée en moyenne & extrême raison.

Il est bon de remarquer que pour éviter la confusion, on n'a pas tracé dans cette figure toutes les lignes qu'on y indique.

### E X E M P L E V I.

*Figure 20.* DANS cet Exemple, la ligne du sol, sur lequel est posé un morceau de bâtiment &c. est AICKB, passant par le centre C du tableau, la distance de l'œil au tableau étant égale à OC. BG & AH sont les lignes de fuite des plans verticaux *abde, DEN* &c. *abc, DF nm* &c. G & H étant les points de fuite des lignes *be* & *nm* qui touchent les coins supérieurs de deux rampes d'escaliers, & par con-

*Planche 4.*

féquent AG & BH font les lignes de fuite des plans qui touchent les bords supérieurs, ou inférieurs des escaliers.

Le côté donné  $hr$  de la base d'un tétraèdre régulier est parallèle à la ligne de fuite AB, on trouve la projection  $u$  du centre de la base  $hrp$  & le lieu du sommet  $o$  en menant  $pq$  parallèle à AB &  $Ir$  qui la coupe en  $q$ ; & menant ensuite  $Cp$  &  $hq$  qui se coupent en  $u$ , CL perpendiculaire à AB est la ligne de fuite d'un plan perpendiculaire à la base  $hrp$  élevé sur  $up$ ; & passant par la ligne  $po$ , dont on trouve le point de fuite L par le *Problème 11.* en faisant CQ égale à la distance du tableau & l'angle LQC égal à l'angle objectif de  $upo$ , CK est la ligne de fuite de la face  $upr$ , & par son moyen on décrit cette face (par le *Problème 12.*) pr étant donné; comme on a décrit la face  $hrp$  sur  $hr$ .

On décrit l'octaèdre & l'icosaèdre par leur ichnographie & orthographie, méthode, que j'ai expliquée assez clairement dans l'Exemple précédent. J'avertirai seulement le Lecteur que dans l'orthographie ABCDEFGH de l'icosaèdre, les lignes CD, AF, GH sont égales,

aussi bien que  $AC$ ,  $FD$ ,  $BE$ , & que  $AF$  est à  $BE$  comme le moindre segment est au plus grand d'une ligne coupée en moyenne & extrême raison.

La lumière est supposée venir du soleil, & ses rayons sont parallèles au tableau & à la ligne  $MA$ , de sorte que l'ombre  $P$  d'un point quelconque  $D$  se trouve, en menant  $NP$  qui passe par le lieu du point  $P$ , parallèlement à  $AB$ , &  $DP$  parallèle à  $MA$ , qui coupera la ligne  $NP$  en  $P$ .

Quant à l'ombre du tétraèdre, qui est relevé à côté de l'escalier; on la trouvera, en cherchant de la même manière le point  $s$  (qui seroit l'ombre du point  $o$  sur le sol, s'il n'y avoit point de degrés;) on menera  $sh$  &  $sp$  pour avoir les ombres de  $ho$  &  $po$ . Soient  $su$  &  $sp$ , qui coupent le bord inférieur des escaliers en  $y$  &  $x$ ; menez  $xt$  perpendiculaire à  $AC$  & qui coupe  $os$  en  $t$ ; vous aurez l'ombre  $t$  du sommet  $o$  sur le bout des escaliers, &  $xt$  donnera la partie de l'ombre  $op$ , qui tombe sur ce bout. On trouvera de même l'ombre de  $oh$ . Tous les rayons étant parallèles à  $AM$ , &  $A$  étant le point de fuite de  $DF$ , la ligne

AM est la ligne de fuite, du plan formé par les rayons, qui passent par la ligne DF; & BM étant la ligne de fuite du mur, sur lequel tombe l'ombre Ff, M sera le point de fuite de l'intersection commune de ces deux plans, c'est-à-dire, de l'ombre Ff de la ligne DF.

*E X E M P L E VII.*

DANS cet Exemple, ACB, qui passe par le centre C du tableau, est la ligne de fuite du sol; A est le point de fuite du côté EF, sur lequel tombe la lumière, & des autres côtés qui lui sont parallèles; D est le point de fuite du côté GH &c. & DB perpendiculaire à AB est la ligne de fuite du plan EGH. P & Q sont les points de fuite des côtés MK & MN du tétraèdre régulier, & par conséquent PQ est la ligne de fuite du triangle KNM; L est la lumière, & I son lieu sur le sol. Ayant BE *g*, qui est l'intersection du plan vertical EGH avec le sol, on aura le point *g*, où les lignes BE *g* & HG se rencontrent, & *g* sera l'intersection du côté HG avec le sol. BE coupe le côté SR du mur SRh en R, & par conséquent Rh, perpendiculaire à AB, est l'intersection

*Figure 21:  
Planche 5.*

du mur avec le plan EGH ; & le point  $h$ , où  $Rh$  &  $GH$  se rencontrent, est l'intersection de la ligne  $GH$  avec le mur.  $DL$  est la projection d'une ligne parallèle à la ligne objective de  $GH$ , ( à cause du point de fuite  $D$  ) ;  $BI$  est sa position ; ainsi  $l$  est son intersection avec le sol.

Mais les lignes objectives de  $Ll$  &  $HG$ , étant parallèles, sont dans le même plan, c'est-à-dire, dans le plan qui forme l'ombre de  $HG$  ; & puisque  $lg$  représente l'intersection de ce plan avec le sol, cette ligne  $lg$  prolongée fera partie de l'ombre ; & menant  $LG$  qui la coupe en  $g$ ,  $g$  fera l'ombre de  $G$ , &  $gS$  la partie de l'ombre de  $HG$  qui est sur le sol ; menant ensuite  $Sh$  &  $LH$  qui coupe  $Sh$  en  $h$ ,  $Sh$  fera l'autre partie de cette ombre contre le mur.

Ayant mené  $gp$  &  $DT$ , toutes deux parallèles à  $AB$ ,  $Dg$  &  $gp$  seront les projections de deux lignes dans un plan, dont la ligne de fuite est  $DT$  ; &  $T$  sera le point de fuite de l'intersection commune de ce plan avec celui du triangle  $KMN$  [ par le Corollaire 2. du Théorème 7 ]  $PQT$  étant sa ligne de fuite. Donc

en menant  $Tp$ , qui coupe  $GD$  en  $V$ ,  $V$  fera l'intersection de la ligne  $g$   $GHD$ , avec le plan de ce triangle  $KMN$ . Enfin  $lg$  coupant  $MK$  en  $r$  & menant  $rtV$ ,  $rt$  fera la partie de l'ombre de  $GH$ , qui tombe sur le triangle  $KMN$ .

Ayant ainsi expliqué la maniere de trouver l'ombre de  $GH$ , le reste n'a pas besoin d'explication.

*E X E M P L E V I I I.*

DANS cet Exemple,  $C$  est le centre du tableau, &  $CA$  la ligne de fuite du sol & de la surface de l'eau, qui réfléchit l'image des corps,  $S$  est le point de fuite des rayons de lumière que l'on suppose venir du soleil.

*Figure 22.  
Planche 5.*

L'ombre de la ligne perpendiculaire  $BD$  se trouve en cette maniere:  $SA$ , étant abaissée perpendiculairement à  $CA$ , donne le point de fuite  $A$  de l'ombre sur le sol  $Bf$ . Ensuite on prendra dans la circonférence de la base du cylindre, ( qui est parallèle au tableau, son axe lui étant perpendiculaire, & ayant par conséquent le point  $C$  pour point de fuite ) on prendra, dis-je, un point quelconque  $E$ , & ayant trouvé son lieu  $e$  sur le sol, on mènera  $CE$ , &  $Ce$  qui coupera  $BA$  en  $f$ ; & ab-

baissant  $fP$  perpendiculaire à  $CA$ , qui coupe  $CE$  en  $P$ , on aura un point  $P$  de l'ombre sur la surface du cylindre. On trouvera de même tous les autres points de cette ombre. Pour prouver cela, le Lecteur n'a qu'à faire attention que l'objet de  $eEPfe$  est un plan perpendiculaire qui coupe le cylindre en  $EP$ , & que  $fP$  est l'ombre de  $BD$  sur ce plan. Donc  $P$  est le point, où cette ombre tombe sur la surface du cylindre. On trouvera de la manière suivante un point quelconque  $Q$  de l'ombre produite par la circonférence du cylindre intérieur sur cette surface. Ayant mené  $CS$ , on menera à volonté  $GH$  parallèle à  $CS$ , laquelle coupera cette circonférence en  $G$  &  $H$ . Ensuite menant  $GS$  &  $CH$ , qui se coupent en  $Q$ ; ce point  $Q$  sera le point requis. Car  $C$  étant le point de fuite de l'axe du cylindre, aussi bien que de  $CH$ ,  $HQ$  est dans la surface du cylindre; &  $GH$  étant parallèle à  $CS$ ,  $GH$  est la projection d'une ligne parallèle au tableau, dans un plan dont la ligne de fuite est  $CS$  (& son objet, étant parallèle au tableau, est dans la base du cylindre, qui est parallèle au tableau.) Donc les



objets de HG, HC & GS étant dans le même plan, Q est la projection du point, où le rayon de lumière, dont la projection est GS, coupe la surface du cylindre, c'est-à-dire, que c'est la projection de l'ombre de l'objet du point G dans la circonférence de la base, sur la surface intérieure du cylindre.

b étant le lieu du point D sur la surface de l'eau, on trouve la réflexion d du point D, en prolongeant la perpendiculaire Db jusques à ce que bd soit égale à BD. Cela est évident, parce que la loi connue de la réflexion, est que les réflexions de tous les objets paroissent aussi grandes du côté du plan, que les objets le sont réellement de l'autre côté. Si l'on prolonge SA en s, de manière que As soit égal à AS, on trouvera un point quelconque q de l'ombre sur la surface du cylindre intérieur dans la réflexion, de la même façon qu'on a trouvé Q dans la figure réelle en employant le point s au lieu de S.

L'ombre du cylindre sur la surface du cône, se trouve par quelque'autre expédient, à peu près comme on a trouvé l'ombre de la ligne BD sur la surface du cylindre,

*Figure 23.* *Planche 6.* DANS cet Exemple , on comprendra aisément chaque chose par ce qui a déjà été expliqué. Je me borne à faire voir de quelle maniere on peut représenter la réflexion qui se fait dans un miroir d'un tableau placé sur le chevalet.

A est le centre du tableau , AB la ligne de fuite du sol ; & la distance du tableau est égale à AB. AC est la ligne de fuite du tableau , placé sur le chevalet , & CD celle du miroir.

Menez *ae* par le point *a* , où le côté *ba* du pied de la table la coupe , & *bd* par le point *b* , toutes deux paralleles à AB. *bd* coupera en *d* l'intersection *cd* de la surface du tableau sur le chevalet avec le sol ; & menant *de* parallele à AC , elle coupera *ae* en *e* ; & tirant ensuite *Ae* , on aura la projection *Ae* de l'intersection commune de la table & du tableau sur le chevalet : car *ae* , étant parallele à AB , est la projection d'une ligne , dans la surface de la table , parallele au tableau , & par la même raison *bd* est la projection d'une ligne dans le sol , & *de*

celle d'une ligne dans le plan du tableau sur le chevalet. Donc  $abde$  est la projection d'un trapeze parallele au tableau , & dont l'angle  $e$  se trouve dans l'interfection commune de la surface de la table & du tableau sur le chevalet ; mais  $A$  étant l'interfection commune des lignes de fuite de ces deux plans , est le point de fuite de leur interfection commune. Donc  $eA$  est la projection de cette interfection ( par le *Corollaire 2. du Théorème 7.* ) Par la même raison  $o$  étant la projection du point , où la surface du miroir touche la table , &  $E$  l'interfection commune des lignes de fuite  $AB$  &  $CD$  ,  $oE$  sera la projection de l'interfection commune de la surface de la table avec la surface du miroir. Donc le point  $f$  , où  $oE$  &  $eA$  se rencontrent , est la projection du point où ces trois plans se rencontrent , la surface de la table , du miroir & du tableau sur le chevalet. Donc en menant  $fC$  , on aura la projection de l'interfection commune du tableau sur le chevalet & du miroir.

Ayant trouvé le point de fuite  $P$  des lignes perpendiculaires au plan du miroir , dont la

ligne de fuite est  $CD$  (*par le Problème 14.*) en menant  $PA$  par le point de fuite  $A$  de la ligne  $GH$ , laquelle coupe  $CD$  en  $D$ , le point  $D$  fera le point de fuite du lieu de  $GH$  sur le plan du miroir. Donc  $GH$  coupant  $Cf$  en  $i$ ,  $Di$  fera la projection de ce lieu de  $GH$ . Menant ensuite  $GP$  qui coupe  $Di$  en  $k$ ,  $k$  fera le lieu du point  $G$  sur le miroir. Donc en prenant  $kg$  sur  $GP$ , pour représenter une ligne égale à celle qui est représentée par  $Gk$  (*par le Problème 3.*)  $g$  fera la projection de la réflexion de  $G$ , &  $gi$  la réflexion de  $Gi$ ; & menant  $PH$  qui coupe  $gi$  en  $h$ ,  $gh$  fera la réflexion de  $GH$ . On trouvera de même toutes les autres lignes de la réflexion.

On peut aussi représenter la réflexion du tableau, sur le chevalet, par le moyen de sa ligne de fuite, tout comme l'on a représenté la projection du tableau même. Car en prenant dans  $PAD$  la partie  $aD$  pour représenter une ligne égale à celle qui est représentée par  $AD$ ,  $a$  fera le point de fuite de la ligne réfléchie  $gh$ , &  $C$  a fera la ligne de fuite de la réflexion du tableau sur le chevalet.

NOUVEAUX



# NOUVEAUX PRINCIPES

DE

## PERSPECTIVE LINÉAIRE.



### SECONDE PARTIE.

DE LA MANIERE DE TROUVER  
les Figures objectives par leurs  
projections données.

#### PROBLÈME XVIII.

*Etant donnée la projection d'une ligne divisée  
& son point de fuite ; trouver la proportion  
des parties de la ligne objective.*



SOIT AB la projection donnée, divisée  
en C, & V son point de fuite. Menez  
VO à volonté & *ab* parallèle à VO :  
ensuite d'un point quelconque O de la ligne  
VO, menez OA, OB, OC, qui coupent *ab*

F

*Figure 7.  
Planche 1.*

en  $a$ ,  $b$ , &  $c$ ; la ligne objective de AC fera à celle de CB, comme  $ac$  est à  $cb$ .

*COROLLAIRE.*  $ac : cb :: AC \times BV : BC \times AV$ .

## P R O B L Ê M E   X I X.

*Etant donnée la projection d'une ligne divisée en deux parties, & la proportion des parties objectives; trouver son point de fuite.*

*Figure 7.*  
*Planche 1.* **S** OIT AB la projection donnée, divisée en C: Menez par C à volonté, la ligne aCb, & prenez sur cette ligne la partie aC en faisant cette proportion: cette partie aC est à la partie Cb, comme la ligne objective de AC est à la ligne objective de CB. Menez encore aA & bB qui se coupent en O. Menez enfin OV parallèle à ab, elle coupera AB en V, qui sera le point de fuite requis.

*COROLLAIRE.*  $BV : BA :: Ca \times CB : Cb \times AC -- Ca \times CB$ .

Ces deux derniers Problèmes & leurs Corollaires se tirent aisément du *Problème 3.* & de son *Corollaire*.



## P R O B L È M E X X.

*La projection d'un triangle éant donnée avec sa ligne de fuite, son centre & sa distance ; trouver l'espèce du triangle objectif.*

**S** OIT *abc* la projection donnée, *HG* sa li- Figure 10.  
gne de fuite, *S* son centre, & *SO*, per- Planche 2.  
pendiculaire à *HG* & égale à sa distance.  
Ayant prolongé les côtés de la projection  
donnée, jusques à ce qu'ils coupent la ligne  
de fuite, dans leurs points de fuite *G, H, I*,  
menez *GO, IO, VO, HO* & les objets des  
angles *bac, abH, acb* seront égaux à *GOI,*  
*IOH, GOH* respectivement ( par le *Problème*  
*22.* ) On aura donc l'espèce du triangle dont  
on avoit la projection donnée.



## P R O B L È M E XXI.

*Etant donnée la projection d'un triangle d'une espèce donnée & sa ligne de fuite ; trouver le centre & la distance de cette ligne de fuite.*

Figure 12.  
Planche 2.

**S**OIT ABC la projection donnée & FD la ligne de fuite. Prolongez les côtés de la projection jusques à ce qu'ils coupent la ligne de fuite dans leurs points de fuite D, E, F. Divisez également DE & EF en G & H, & menez GI & HK perpendiculaires à FD ; de manière que GI soit à GE comme le rayon à la tangente de l'angle représenté par BAC, & que KH soit à EH comme le rayon à la tangente de l'angle représenté par BCA ; & ainsi EIG & FKH seront égaux à ces angles. Des centres I & K & avec les rayons IE & KE décrivez deux cercles qui se coupent mutuellement en O, & menez OS perpendiculaire à FD en S. Le point S sera le centre, & SO la distance requise.

## D E M O N S T R A T I O N.

EN supposant le centre en S, & supposant



encore que  $SO$  est la distance de la ligne de fuite  $FD$  ; les objets des angles  $BAC$  &  $BCA$  feroient égaux à  $DOE$  &  $EOF$  ( par le *Problème 11.* ) mais par la nature du cercle  $DOE$  &  $FOE$  sont égaux à  $GIE$  &  $HKE$ , qui par la construction sont égaux aux angles représentés par  $BAC$  &  $BCA$ . Donc  $S$  est le centre , &  $SO$  la distance requise.

## P R O B L È M E   X X I I.

*Etant donnée la projection d'un trapeze d'une espèce donnée ; trouver sa ligne de fuite , son centre & sa distance.*

**S** OIT  $abcd$  la projection donnée ; menez les diagonales  $ac$ ,  $bd$  qui se coupent en  $e$ , & par les proportions des objets de  $ae$ ,  $ec$  &  $be$ ,  $ed$ , vous trouverez les points de fuite  $E$  &  $F$  des lignes  $ac$ , &  $bd$  ( par le *Problème 19.* ) Menez  $FE$ , qui sera la ligne de fuite requise. Enfin par l'espèce donnée du triangle objectif de  $abc$ , vous trouverez le centre  $S$  & la distance  $SO$  ( par le *Problème 21.* )

*Figure 12.  
Planche 2.*

## P R O B L È M E XXIII.

*Etant donnée la projection d'un parallélepède rectangle ; trouver le centre & la distance du tableau , avec l'espèce de la figure objective.*

*Figure 24.*  
*Planche 5.* **S** OIT ABCDEFG la projection donnée : prolongez les projections des côtés parallèles , jusques à ce qu'elles se coupent dans les points de fuite H, I, K , & menez HI , HK , IK , qui seront les lignes de fuite des différentes faces de la figure requise , lesquelles forment un angle droit solide. Menez KL perpendiculaire à HI & HM perpendiculaire à KI qui rencontre KL en S qui fera le centre du tableau ( par le *Corollaire 2. du Problème 16.* ) Ensuite sur le diamètre LK , décrivez un cercle & élevez SO , perpendiculaire à LK , qui coupe ce cercle en O , OS fera la distance du tableau ( par le *Problème 14.* LOK étant un angle droit , puisqu'il s'appuie sur la demi-circonférence. ) Enfin cher-

chez les distances des lignes de fuite KI & IH ( par le *Corollaire 3. du Problème 16* , M & L étant leurs centres par le *Théorème 1.* ) Cette opération étant finie , cherchez l'espèce des faces objectives de DAFE & DABC ( par le *Problème 20.* )

## C O R O L L A I R E .

LORSQUE la ligne de fuite de l'une des faces , par exemple , IH , passe par le centre du tableau , le point de fuite K des côtés , qui lui sont perpendiculaires , est à une distance infinie , & par ce moyen la situation de LK est indéterminée , de sorte qu'on peut prendre à volonté l'espèce de cette face ABCD , & ensuite on peut trouver le centre & la distance du tableau par le *Problème 20.* Dans ce cas , si l'on demande seulement que la projection proposée représente un parallépipède rectangle en général , le lieu du point de l'œil doit être en quelque endroit que ce soit de la circonférence d'un cercle , décrit sur le diamètre HI & dans un plan perpendiculaire au tableau.

Je ne donne ceci que comme une vuë , qui peut servir à ceux qui peignent les scènes de Théâtre.





# S U P P L É M E N T

## A U T R A I T É

### D E P E R S P E C T I V E .

---

#### ARTICLE PREMIER.

*Description d'une Méthode pour représenter aisément toutes sortes de figures sur une surface , quelque irréguliere qu'elle soit.*

\*\*\*\*\* L est évident par tout ce qui a été  
 \*\*\*\*\* I dit jusqu'à présent dans ce Livre sur  
 \*\*\*\*\* les principes de la Peinture , sur-tout  
 à la fin des Définitions , qu'on peut étendre  
 le sens du second Théorème à toutes sortes  
 de surfaces. Quelque irréguliere que soit une  
 surface , qu'elle soit convexe , ou qu'elle soit  
 concave , on peut également y tracer un ob-  
 jet. Ainsi quelle que soit la forme de la surface  
 du tableau ABC ( *figure 3. planche 1.* ) la pro-

jection  $fg$  de la ligne objective  $FG$  fera toujours l'intersection du tableau avec le plan du triangle  $FGO$  ; mais comme la ligne  $OV$  parallèle à la ligne  $FG$  est dans ce plan ( par le *Théorème 3.* ) il s'ensuit que si on place une lampe immédiatement derriere le point  $O$  de la ligne  $OV$ , l'ombre de la ligne  $OV$  couvrira la ligne  $GF$  ; elle couvrira aussi en même tems la projection  $fg$  de cette ligne. La même chose arriveroit , si l'on supposoit l'œil du Spectateur placé immédiatement derriere le point  $O$  de la ligne  $OV$  ; car alors la ligne  $OV$  lui cacheroit la ligne  $GF$  & sa projection  $fg$ , & même toute la projection indéfinie  $VfgB$ .

De cela je conclus que la méthode suivante pourra être d'un grand usage pour tracer des figures sur quelque surface que ce soit. On pourra par ce moyen peindre aisément la voûte ou la coupole d'une Eglise, le plafond d'une salle, les scènes d'un théâtre.

Choisissez dans ce que vous voulez dessiner, une ligne principale, & après avoir, selon les principes précédens, trouvé les points qui la terminent, faites passer par le

point de l'œil un cordeau parallele à la ligne objective ; de sorte que son ombre couvre les deux points déjà trouvés. Marquez ensuite avec le crayon la trace de cette ombre , & la ligne que vous aurez ainsi tracée fera la projection de cette ligne principale que vous aviez choisie. Comme il arrive souvent des cas où vous ne pourriez pas opérer peut-être de la sorte ; vous pourrez en pareille occasion placer votre œil de façon que le cordeau parallele à la ligne objective vous paroisse couvrir les deux points déjà marqués , & avoir ensuite quelqu'un qui puisse en conséquence tracer la projection dont vous avez besoin. Je suppose , par exemple , que la ligne *ph* ( *figure 20. planche 4.* ) est cette projection principale ; pour trouver alors la projection *o* , par exemple , d'un autre point qui se trouve dans la figure que vous avez à dessiner , imaginez-vous que ce point est le sommet d'un triangle qui a pour base la ligne objective de la projection déjà trouvée : & placez votre cordeau ( qu'on suppose toujours passer par le point de l'œil. ) Dans une situation parallele à l'un des côtés

de ce triangle , portez son ombre sur l'extrémité correspondante de la projection donnée , marquez-la avec le crayon , comme il a été dit plus haut , & vous aurez dans cette ligne tracée la projection indéfinie de ce côté. Je suppose que ce côté est le côté *ho* ; faites la même chose par rapport à l'autre côté , & par l'interfection de ces projections , que je suppose être les lignes *ho* & *po* , vous aurez la projection du point demandé. On peut , en se servant de cette méthode , trouver la projection de quelque figure que ce soit. Je ne m'étends pas davantage sur cette façon de procéder , parce que je n'ai jamais eu occasion de la mettre en pratique : je me contente de la proposer comme une idée que je laisse à examiner à ceux qui voudront porter plus loin leurs recherches en ce genre.





## ARTICLE II.

*Nouvelle Théorie sur le mélange des Couleurs ;  
selon les principes de l'Optique de NEWTON.*

**Q**UOIQUE je n'eusse formé le dessein que de donner un simple traité de Perspective, sans entrer dans aucun détail, par rapport aux autres parties de la Peinture ; cependant pour rendre ce Livre encore plus utile aux jeunes Eleves dans cet Art, j'ai cru devoir saisir cette occasion pour communiquer au Public quelques idées sur le mélange des couleurs, qui sont les fruits des réflexions que j'ai faites en lisant la Théorie de Newton sur la lumière & sur les couleurs, dans son excellent Traité d'Optique.

Tout corps coloré nous présente deux choses à considérer. La 1<sup>re</sup>. est ce qu'on appelle proprement la couleur elle-même ; la 2<sup>e</sup>. est la force d'ombre ou de lumière : car comme deux différentes couleurs, par exemple, le rouge & le verd, peuvent avoir la même force de lumière, de même deux choses qui ont

différens degrés de lumière peuvent avoir la même couleur ; ainsi voit-on un bleu clair & un bleu obscur.

On observe pareillement deux choses dans ce qu'on appelle proprement la couleur ; 1°. de quelle espèce est cette couleur ; 2°. le plus ou le moins de perfection dont est susceptible une couleur de la même espèce. Il y a des couleurs qui sont d'une espèce absolument différente, comme le bleu, le rouge. Il y en a d'autres qui étant de la même espèce, ne diffèrent entre elles que par le plus ou le moins de perfection ; ainsi le rouge d'un pavot sauvage est plus parfait, qu'un rouge de brique. Les Peintres pour exprimer ce plus ou ce moins de perfection dans une couleur de la même espèce, se servent ordinairement des termes de pure ou de sale, de simple ou de rompue ; ce qui fait allusion à la méthode qu'ils emploient pour faire ces couleurs imparfaites, qui est de mêler ensemble différentes couleurs, & c'est ce qu'ils appellent rompre les couleurs. M. Newton dans le Livre que nous avons cité, prétend que chaque rayon de lumière a une

couleur qui lui est propre , qu'il porte toujours avec soi , & qu'il ne sauroit perdre , ni par réflexion , ni par réfraction. Cette couleur naturelle aux rayons & qui en est inséparable , est ce qu'on appelle la couleur simple & pure. L'ordre naturel entre ces différentes couleurs tel qu'on le découvre lorsqu'on les sépare par la réfraction d'un prisme , nous présente le rouge , l'orangé , le jaune , le verd , le bleu , l'indigo , & le violet. Toutes les autres couleurs moins parfaites & qu'on appelle couleurs rompuës , ne sont que l'effet de l'art & du mélange des couleurs simples. Ainsi les rayons jaunes mêlés avec les rayons bleus produisent le verd , mais non pas un verd aussi parfait que le verd simple. De même un mélange de rouge & de jaune donne une couleur orangée , mais moins parfaite que l'orangé naturel , & par une juste proportion de toutes les couleurs naturelles mêlées ensemble , on a le blanc , qui est tellement indifférent à prendre celle des couleurs dont les rayons prédomineront , qu'on ne peut pas dire qu'il soit plus propre à recevoir une couleur plutôt que l'autre. Quand je parlerai dans la

suite du blanc , j'entendrai communément une couleur qui tient le milieu entre le blanc le plus éclatant & le noir le plus parfait ; car ici où nous ne faisons aucune attention aux différents degrés de lumière ou d'ombre , nous pouvons regarder toutes les couleurs qui se trouvent entre le noir & le blanc comme une seule & même couleur.

Selon ce que nous venons d'observer sur la nature de la blancheur , il paroît que les couleurs rompuës tiennent le milieu entre la couleur simple & le blanc , & que la couleur la plus rompue est celle qui approche le plus du blanc , & que plus elle s'en éloigne , plus elle approche de la couleur simple.

Après avoir expliqué la nature des couleurs & l'effet de leur mélange , il me reste à vous donner un moyen assuré de trouver exactement quelle sera la couleur qui résultera du mélange de certaines couleurs assignées. Je le trouve dans les principes de Newton ; voici la manière dont il arrange les couleurs. Il suppose qu'on trace le cercle ADFA dont la circonférence est divisée en sept parties , AB , BC ,  
CD ,

CD, DE, EF, FG, GA, gardant entr'elles la même proportion que les fractions  $\frac{1}{9}$ ,  $\frac{1}{16}$ ,  $\frac{1}{10}$ ,  $\frac{1}{9}$ ,  $\frac{1}{1}$ ,  $\frac{1}{16}$ ,  $\frac{1}{9}$ . Ces proportions sont les mêmes que celles qui se trouvent entre les notes de musique *sol*, *la*, *fa*, *sol*, *la*, *mi*, *fa*, *sol*. Dans l'espace qui se trouve entre A & B, il place toutes les différentes sortes de rouge, entre B & C toutes les différentes sortes d'orangé, entre C & D toutes les différentes sortes de jaune, entre D & E toutes les différentes sortes de verd, entre E & F toutes les différentes sortes de bleu, entre F & G toutes les différentes sortes d'indigo; enfin entre G & A toutes les différentes sortes de violet. Après avoir ainsi rangé les couleurs simples dans la circonférence, il place le blanc au point O qui est le centre du cercle; & entre le centre & la circonférence il met toutes les couleurs rompuës ou composées, en observant que celles qui sont le plus près du centre, seront les plus composées, & que celles qui s'en éloignent, seront les moins rompuës. Ainsi dans la ligne OI, toutes les couleurs qui se trouvent aux différens points

G

Figure 25.  
Planche 5.

1, 2, 3, 4, sont de la même espèce, c'est-à-dire, un verd tirant sur le bleu. Mais la couleur placée au point 1 est la couleur simple ; celle qui est au point 2, est un peu composée ou rompuë ; celle qui se trouve au point 3, l'est davantage ; enfin celle qui est au point 4, l'est encore plus.

Toutes les couleurs étant rangées selon l'ordre que l'on vient de prescrire, voulez-vous sçavoir quelle sera la couleur qui résultera du mélange de telle & telle couleur en particulier qu'on vous aura assignées ? Cherchez le centre de gravité des logettes, où l'on suppose que sont les couleurs données selon l'arrangement prescrit. Supposons par exemple, que vous voulez connoître quelle sera la couleur que formera le mélange de deux parties d'un jaune simple placé au point P, & de trois parties d'un bleu simple placé au point Q ; vous trouverez le point 3 pour centre de gravité des points P & Q ; c'est-à-dire, qu'après avoir tiré la ligne PQ, vous la divisez en cinq parties, nombre qui répond au nombre des parties des couleurs qui

sont entrées dans le mélange assigné ; & vous placez le point 3 après la troisième partie de la ligne , en partant du point P , parce qu'il y a trois parties de bleu , & deux parties en partant du point Q , à cause que dans le mélange il est entré deux parties de la couleur placée au point P. Tirez ensuite la ligne O3 qui coupe la circonférence au point 1. Par la place marquée 1 qui se trouve entre D & E , mais plus proche de E , vous trouverez que le mélange produit un verd tirant sur le bleu ; & parce que le point 3 tient à peu près le milieu entre la circonférence & le centre , vous devez conclure que cette couleur composée sera rompuë , sans l'être ni trop ni trop peu. Pour donner un nouveau jour à ceci , proposons un autre exemple. Supposons encore que vous voulez sçavoir quelle sera la couleur que produira un mélange de deux parties de jaune placé au point P , de trois parties de bleu placé au point Q , & de cinq parties de rouge placé au point R : vous trouverez d'abord , comme nous venons de le dire , la place 3 de la cou-

G ij

leur qui résulte du mélange du jaune & du bleu. Tirez donc la ligne  $3R$  ; & parce que vous trouverez au point  $3$  un mélange de cinq parties de couleurs , & que vous en trouverez cinq autres au point  $R$  , divisez cette ligne en dix parties , & après la cinquième en partant du point  $R$  vous marquez le point  $r$  qui sera le centre de gravité des trois couleurs placées en  $P$  ,  $Q$  &  $R$  , & qui sera par conséquent la place de la couleur qui résulte de ce mélange ; & si par ce point vous tirez la ligne  $Or$  qui coupe la circonférence en  $s$  vous trouverez que votre mélange a produit un orangé qui tire un peu sur le rouge ; & parce que le point  $r$  est plus près du centre que de la circonférence , la couleur sera plus rompuë. On peut supposer d'autres exemples dans lesquels il sera aisé de trouver la couleur que l'on cherche.

On peut pareillement sur une couleur composée dont on aura assigné la place , trouver quelles sont les couleurs simples qui sont entrées dans le mélange dont elle est composée. Si on vous donne la couleur placée au point



3, tirez la ligne  $P_3Q$  qui passe par le point 3 : cela fait, vous trouverez que cette couleur est faite par un mélange des couleurs placées en P & en Q. Observez ensuite la proportion qui se trouve entre les lignes  $3P$  &  $3Q$ , & vous trouverez que la quantité de la couleur P est à la quantité de la couleur Q, comme la ligne  $3Q$  est à la ligne  $3P$ . Ou bien tirez la ligne  $O_3$  qui passe par les points 1, 2, 4, & vous trouverez qu'on pourra produire la même couleur, en mêlant les couleurs placées aux points 2 & 4, en observant entr'elles la proportion qui se trouve entre les lignes 4. 3 & 2. 3. Vous pourriez encore la faire en mêlant la couleur placée au point 1 avec le blanc placé en O, observant aussi entre ces couleurs une proportion, qui sera celle qui se trouve entre les lignes 3. 1 & 3 O. Observez la même façon de procéder, dans d'autres exemples pareils.

Remarquez que les proportions que j'ai dit devoir être observées dans le mélange des couleurs, ne peut s'entendre que par rapport à la quantité de lumière, & non pas par rapport à

la quantité de cette matiere dont sont composées les couleurs artificielles. C'est pour cela que si on avoit à mêler différentes couleurs artificielles, & qu'on voulût le faire selon les regles que nous venons de prescrire, il faut observer que comme parmi ces couleurs artificielles, il s'en trouve qui sont plus foncées que les autres, il faut en augmenter la dose à proportion qu'elles sont plus sombres, si l'on veut avoir la couleur que l'on s'est proposé, parce que plus elles sont foncées, moins elles renvoient les rayons de lumiere à proportion de leur quantité; & par la même raison, on emploira en moindre quantité les couleurs les plus claires, qui renvoient plus de rayons de lumiere.

Si l'on connoissoit assez parfaitement la nature des couleurs matérielles dont on se fert dans la peinture, pour qu'on pût exactement assigner leur espèce, sçavoir quel est leur point de perfection dans cette espèce, connoître de quel degré de lumiere ou d'ombre elles sont susceptibles proportionnellement à leur quantité, on pourroit en les mêlant selon ces regles, produire exactement la couleur que

l'on fouhaiteroit ; mais quoique nous ne puissions pas nous flater d'avoir là-dessus des connoissances assez justes pour agir sûrement, & malgré la peine qu'il y auroit à mesurer ces couleurs matérielles selon leurs justes proportions, les Peintres pourront cependant tirer de grands avantages des principes que nous avons avancés.

Supposons, par exemple, que vous ayez une palette garnie de différentes couleurs aux points *a, b, c, d, e*, que vous avez du carmin au point *a*, de l'orpiment au point *b*, de la laque au point *c*, de l'outre-mer au point *d*, & du bleu d'azur au point *e*. Supposons en même temps que vous avez besoin de faire du verd rompu, tel que seroit celui qui seroit placé au point *x*. Après avoir regardé autour du point *x*, vous voyez qu'il n'y a pas loin de ce point *x* à la ligne qui passe par les points *c* & *d*; d'où vous pouvez conclure qu'en mêlant les couleurs *c* & *d* vous ferez une couleur qui approchera de celle dont vous avez besoin ; & parce que le point *x* est plus près du centre *O*, que la ligne *cd*, vous amenerez votre teinte, aussi

près que vous le pourrez, du point où vous supposez que doit être la couleur dont vous avez besoin; vous l'amènerez par exemple au point  $z$ : cela fait, vous examinerez, en regardant du point  $z$  à travers le point  $x$ , si vous ne verriez point quelque couleur opposée à  $Z$ , & que vous pussiez ajouter à votre teinte. Vous trouverez que la couleur la plus proche de l'endroit où vous visez est la couleur  $a$ , & vous vous en servez, afin de trouver par ce nouveau mélange la couleur que vous cherchez. Si le mélange de cette couleur  $a$  approche trop votre teinte de la ligne  $OD$ , vous ajouterez un peu plus de la couleur  $d$ , & l'augmentation de la dose de cette dernière couleur ramènera votre teinte à l'endroit où elle doit être. Ou si vous aimez mieux, vous pourrez après avoir trouvé la teinte  $z$  la mêler avec du blanc dont la place est au centre  $O$ ; ou bien vous mettrez, au lieu de la couleur  $a$ , une plus grande quantité de la couleur  $d$ , & vous ramènerez ensuite votre teinte au point marqué par le moyen d'une augmentation ou diminution de la couleur  $b$ .

Sur la simple inspection de cet exemple, on voit de quelle façon il faut s'y prendre pour faire quelque teinte que ce soit, en mêlant les couleurs matérielles dont on se sert dans la peinture. On trouvera que le rouge & le jaune font l'orangé rompu ; qu'on rompra encore davantage, en y ajoutant du bleu, de l'indigo, ou du violet ; & qu'on peut prendre l'un ou l'autre, selon que l'on voudra que la teinte tire davantage sur le jaune ou sur le rouge. Le bleu en rompant davantage la couleur, fera qu'elle tirera sur le jaune ; le violet la rompra moins & la rapprochera du rouge.

Par tout ce que nous venons de dire on comprendra aisément pourquoi les couleurs matérielles, plus elles sont simples & pures, plus elles sont estimables, & pourquoi on estime encore plus, même parmi les couleurs simples, celles qui sont les plus éclatantes. Ce qui fait le prix des couleurs les plus simples, c'est que plus elles sont simples, & moins elles sont altérées par un mélange qui nuit toujours à la beauté des couleurs. Supposons que toutes les couleurs que vous avez sont placées aux

points *a, b, c, d, e*, & que vous tiriez des lignes pour joindre ces points, toutes les teintes que vous pourrez produire par le mélange de ces couleurs, auront leur place dans le champ du poligone *abcde*.

J'ai dit que parmi les couleurs simples, les plus éclatantes étoient les plus estimées ; en voici la raison : c'est que le noir est moins propre que le blanc à rompre les couleurs ; de sorte qu'il est plus aisé de faire un beau noir avec des couleurs claires & du noir, que de faire une couleur claire par un mélange de couleurs sombres & du blanc. Ainsi on voit que le blanc sert beaucoup à la composition des couleurs, quoiqu'il les rompe beaucoup, tandis que le noir ne peut servir qu'à les obscurcir & à les salir ; parce que le noir n'est pas une couleur, mais la privation de la couleur par l'absence de la lumière. A cause pourtant que les couleurs matérielles sont très imparfaites, il arrive qu'on se sert du noir pour rompre un peu les couleurs ; mais cet usage est une fuite de ce que dans les couleurs matérielles dont nous nous ser-

vons, nous n'avons point de noir assez parfait pour pouvoir assurer, que dans le noir que nous connoissons il n'y ait point d'autre couleur mêlée ; aussi voyons-nous que nos noirs les plus parfaits sont susceptibles d'ombre & de lumière.

Il y auroit encore beaucoup d'autres exceptions à faire sur la manière de mettre en pratique les observations que nous venons de faire, sur tout par rapport à la matière dont sont composées certaines couleurs. Si toutes les couleurs étoient une poussière sèche, & qu'elles ne pussent agir l'une sur l'autre qu'autant qu'on les mêleroit ; on pourroit se servir des règles que nous venons de donner : mais il y a certaines couleurs dont la nature est telle, qu'elles produiroient, dans le mélange, un effet tout différent que celui que l'on auroit droit d'attendre selon nos principes. Il peut même arriver que certaines couleurs obscures mêlées avec du blanc produiront une couleur plus belle & moins composée que la couleur propre que chacun d'elles avoit avant le mélange ; comme il y a aussi des couleurs qui

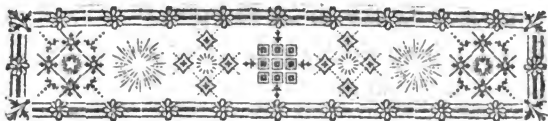
fortent parfaitement sous une glace ou sous un vernis , & qui ne paroissent presque pas , sans ce secours. Mais je laisse à ceux qui s'exercent dans la pratique de cet art , le soin d'examiner les différentes propriétés de quelques couleurs particulieres.





**P R I N C I P E S**  
*D E L A*  
**P E R S P E C T I V E L I N É A I R E ,**  
*PAR M. PATRICE MURDOCH ;*  
**TRADUITS DU LATIN,**





# P R I N C I P E S

## D E L A

### P E R S P E C T I V E L I N É A I R E ,

#### T R A D U I T S D U L A T I N .

#### D É F I N I T I O N   P R E M I E R E .



 I l'on fait mouvoir une ligne indéfinie XY autour d'un point fixe Z , selon une direction quelconque donnée , & si cette ligne , dans ce mouvement , rencontre un plan indéfini MN , le point Z se nommera le *pole* , ou le *point de l'œil*. Le plan MN fera le plan de projection , ou le *tableau*. La trace de la ligne XY sur le tableau , s'appellera la *projection* d'un objet , qui peut être indifféremment , ou un point , ou une ligne , ou une surface , ou un solide , & à qui on pourra donner dès-lors le nom d'*objectif*.

Figure 26.  
Planche 6.

*COROLLAIRE I.* Si la ligne objective  $PL$  est une ligne droite , sa projection  $pL$  sera aussi une ligne droite ( par les *Propositions 2. & 3. du Livre 11. des Elemens.* ) Si la ligne indéfinie  $XY$  se meut autour d'une figure rectiligne quelconque , comme d'un parallélogramme , ou d'un polygone , elle décrira la surface de deux pyramides semblables & opposées par la pointe en  $Z$  , & par conséquent leurs projections , ou leurs intersections avec le tableau , qui est un plan , seront des figures rectilignes.

*COROLLAIRE II.* Si cette ligne  $XY$  se meut autour d'une courbe  $POL$  , la double surface qu'elle décrira sera d'un genre conique ,  $Z$  en fera le sommet , & la projection  $pOL$  qu'elle tracera sur le tableau  $MN$  , ne sera pas une ligne droite , autrement deux droites  $pOL$  &  $pL$  renfermeroient un espace.

*N. B.* Qu'on suppose pour le présent & pour la suite , que le point de l'œil  $Z$  est hors du tableau  $MN$  , & qu'il est à une distance finie.



*DEFIN.*

## D E F I N I T I O N II.

ON suppose la figure ou la ligne objective dans un plan , & ce plan se nomme la base, ou le *plan objectif*. Tel est le plan EF, où l'on voit la courbe POL & la droite PL.

## D E F I N I T I O N III.

LA ligne LS, où le tableau coupe le plan objectif, se nomme *l'intersection* du plan objectif.

## D E F I N I T I O N IV.

SI l'on imagine par le point de l'œil Z un plan ZCI, parallele au plan objectif EF, & si la ligne CI est l'intersection de ce plan avec le tableau, ce plan ZCI se nommera plan horizontal, ou *plan parallele au plan objectif*, & l'intersection CI sera la ligne horizontale, ou plus exactement la *ligne de fuite* du plan objectif EF.

**COROLLAIRE.** La ligne de fuite est toujours parallele à l'intersection du plan objectif ( par la *Proposition 16. du Livre 11. des Elemens.*)

## D E F I N I T I O N V.

LE plan ZCG qui passe par le point de l'œil  
H

**Z**, & qui est perpendiculaire au plan objectif, à son parallèle & au tableau, se nomme plan vertical, ou plus exactement plan *perpendiculaire*. L'intersection **ZC** de ce plan, avec le plan parallèle au plan objectif, se nomme l'axe de la projection, ou la *distance du tableau*. Le point **C** où cette ligne **ZC** coupe le tableau, se nomme le centre de la projection ou le *centre du tableau*. La droite **CG** ou l'intersection de ce plan avec le tableau, comprise entre le centre **C** & l'intersection **LS** du tableau avec le plan objectif, se nomme *le rayon*.

Si l'on juge à propos de substituer au plan vertical ou perpendiculaire **ZCG** un autre plan **Zcpgpn** oblique au plan objectif, ou au tableau, ou à tous les deux, ses intersections **cg**, **Zc** avec le tableau & le plan parallèle, se nommeront l'une *rayon secondaire*, & l'autre axe secondaire de la projection, & le point **c** sera le centre secondaire du tableau, ou le centre de la ligne de fuite.

#### D E F I N I T I O N VI.

ENFIN si l'on fait par le point de l'œil **Z** le

plan ZRV parallèle au tableau, ce plan se nommera *plan de direction*, & son intersection RV avec le plan objectif, fera la ligne des extrémités, ou la *ligne de direction*.

**COROLLAIRE.** La ligne de direction RV est parallèle à l'intersection LS du tableau avec le plan objectif.

## P R O B L Ê M E.

*Etant donné le point de l'œil Z, le tableau MN & le point objectif P, trouver la projection p de ce point.*

### P R E M I E R C A S.

**S** OIT le point P de l'autre côté du tableau *Figure 26. Planche 6.* par rapport au point de l'œil Z; ou ce qui est le même, que le tableau se trouve entre ces deux points Z & P. Si l'on fait passer par l'axe ZC, c'est-à-dire par le point de l'œil Z & par le centre du tableau C, & enfin par le point objectif P le plan ZCPL, dont l'intersection avec le plan objectif est PL, & l'intersection avec le tableau est CL, la projection requise se trouvera dans ce plan & dans la droite ZP; elle se trouvera aussi dans la

H ij

droite CL. Donc elle fera dans le point  $P$ , où ces deux lignes ZP, CL se coupent.

Or comme les droites ZC, LP sont parallèles ( par notre *Définition 4*, & par la 16. du Livre 11. des *Elemens*, ) les triangles PLP, ZCp opposés par la pointe en  $p$  seront semblables &  $PL : ZC :: Lp : Cp$ . ou ( en composant )  $PL + ZC : PL :: CL : Lp$ ; mais l'angle ZCI est droit ( par la *Définition 5*. du Livre 11. des *Elemens* ) & l'angle PLS lui est égal ( par la *Définition 19*. du même Livre. )

Si on abaisse donc du point donné P la ligne PL perpendiculaire en L à l'intersection LS, & qu'on joigne CL, la distance PL ajoutée à l'axe ZC fera à la même distance PL, comme CL est à Lp. Or les points Z, P étant donnés avec le tableau, & prenant un plan objectif quelconque qui passe par P, & qui coupant le tableau forme l'intersection LS, on aura PL, ZC, CL, & par conséquent Lp.

Voici maintenant la construction pratique de ce Problème dans un plan. Menez la ligne d'intersection LS du plan objectif, & la perpendiculaire LQ à cette intersection: pre-

Figure 27.  
Planche 6.



nez sur cette perpendiculaire la ligne LP égale à la distance de l'intersection au point donné, & sur l'intersection LS, prenez LG égale à la distance du point donné P au plan perpendiculaire, afin que GM perpendiculaire à LS représente l'intersection du plan objectif avec le plan perpendiculaire. Prenez dans la ligne GM prolongée du côté opposé au point P, la partie GH égale à l'axe de projection, ou ce qui est le même, à la distance du point de l'œil au tableau (qui est ZC dans la *figure 26.*) Prenez encore dans la ligne GM la partie GC égale au rayon ou à la ligne CG de la même *figure 26.* & menant, par les points H, P, les lignes HN, PM parallèles à l'intersection LS, dont la dernière rencontre la perpendiculaire en M; joignant ensuite CL, prenez dans la droite HN la partie HK égale à CL, & ayant joint KM qui coupe LG en D; si l'on prend sur LC la partie Lp égale à DG, on aura la projection requise *p* du point P. Car  $MH : MG :: HK : DG$ , ou par la construction  $PL + ZC$  ( dans la *figure 26.* ) :  $LP :: CL : Lp$ . Donc en menant CI parallèle à LS, & faisant dans la ligne HC prolongée la partie

CZ égale à GH, si l'on laisse le plan PG immobile, & qu'on élève sur la ligne LS la partie de la figure ICGL, de manière qu'elle forme l'angle donné du tableau avec le plan objectif, & qu'on replie ensuite la partie ICZ sur la droite IC, de manière qu'elle soit parallèle au plan objectif, cette figure deviendra la même que la précédente, & la droite, qui joindra les points Z & P, passera par  $p$ .

## C A S II.

Si le point objectif est du côté de l'œil ; mais plus proche du tableau que l'œil, comme

*Figure 26.*  $P^2$  (figure 26.) sa projection  $p^2$  se trouvera  
*& 28.* dans la droite CL prolongée du côté de L,  
*Planche 6.* & l'on aura  $CZ : P^2L :: Cp^2 : Lp^2$  & ( en di-

visant )  $CZ - P^2L : P^2L :: CL : Lp^2$  ; & la construction de la *figure 28.* ne fera différente de la précédente qu'en ce que les points P & M seront de l'autre côté de l'intersection LS, & que par conséquent la ligne KM prolongée déterminera le point D de l'autre côté du point G.

## C A S III.

Soit enfin le point P du même côté, mais

plus éloigné du tableau que l'œil, comme  $P^3$  (*figure 26.*) sa projection sera dans la ligne *Figure 26.*  
 $LC$  prolongée au dessus du plan parallèle *& 29.*  
 au plan objectif, & l'on aura  $P^3L : ZC :: Lp^3 :$  *Planche 6.*  
 $Cp^3$ , & (en divisant)  $P^3L - ZC : P^3L :: CL :$   
 $Lp^3$ . Dans la construction (*figure 29.*)  $P$  sera  
 placé dans  $QL$  prolongée au delà de  $HN$ ; le  
 point  $D$  tombera de l'autre côté du point  $L$ ,  
 &  $p$  sera dans  $LC$  prolongée du côté de  $C$ .

Ces trois cas renferment tout ce qu'on peut  
 proposer sur la projection d'un point, & l'on  
 peut en déduire tout ce qu'on trouve ailleurs  
 sur la projection des figures rectilignes.

### COROLLAIRE I.

LA projection  $p\pi$  d'une droite quelconque *Figure 26.*  
 $P\pi$  est une ligne qui joint les projections des *Planche 6.*  
 points  $P$  &  $\pi$ . ( par le *Corollaire I<sup>re</sup>*. de la *Dé-*  
*finition I<sup>re</sup>*.)

### COROLLAIRE II.

LES projections de toutes les lignes droites *Figure 26.*  
 paralleles à l'intersection  $LS$  du plan objectif, *Planche 6.*  
 soit qu'elles soient dans ce plan, ou hors de  
 ce plan, sont paralleles entr'elles & à l'inter-  
 H iv

section ; car si l'on fait passer par le point de l'œil  $Z$  la droite  $ZT$  parallèle à l'intersection  $LS$ , & que l'on fasse mouvoir autour de cet axe  $ZT$  un plan où se trouveront les lignes droites objectives & leurs projections, on aura la démonstration de ce Théorème par les éléments.

On peut aussi le démontrer par les constructions précédentes ; mais la projection de celle de ces droites qui est infiniment éloignée, de quel côté qu'on l'imagine par rapport au tableau, tombe toujours dans la ligne de fuite  $CI$ , & au contraire la projection de la ligne de direction  $RV$  se trouve à une distance infinie.

### COROLLAIRE III.

*Figure 26.* Si l'on divise une ligne objective parallèle  
*Planche 6.* à  $LS$  en un nombre quelconque de parties, leurs projections seront en raison directe de ces parties.

### COROLLAIRE IV.

*Figure 26.* LA projection  $Lp$  d'une droite quelconque  
*Planche 6.*  $PL$  du plan objectif qui est perpendiculaire à

l'intersection LS, passera par le centre C, étant prolongée. On le voit clairement par la construction, ou même en supposant un plan qui se meut autour de l'axe ZC, car si l'on trouve dans ce plan une droite quelconque PL, on y trouvera sa projection Lp, qui étant prolongée passera nécessairement par le centre C. Si la droite PL se trouve encore dans le plan vertical ou perpendiculaire ZCG, sa projection sera perpendiculaire à l'intersection LS. Si cette droite PL est à une distance infinie de ce plan, sa projection sera la ligne de fuite.

COROLLAIRE V.

Si l'on nomme  $a$ ,  $p$ ,  $r$  les droites ZC, PL, CL, on aura dans le premier cas du Problème  $Lp = \frac{pr}{a+p}$ ; & si l'on augmente  $p$  de manière qu'elle devienne  $p + x$ , la projection deviendra  $\frac{r \times p + x}{a + p + x}$ ; d'où retranchant  $\frac{pr}{a+p}$  le reste  $\frac{arx}{a + p \times a + p + x}$  sera la projection du nouveau segment  $x$ ; & ainsi ce segment étant donné, la projection sera en raison inverse du rectangle, sous les distances de ses extrémités à la ligne de direction RV & un point qui aura un mou-

Figure 26.  
Planche 6.

vement uniforme dans la ligne LP dans sa projection LC avec une vitesse qui sera en raison inverse du quarré de la distance de ce point à la ligne de direction RV.

### C O R O L L A I R E VI.

*Figure 26.* LES projections de la droite  $P\pi$  oblique à  
*Planche 6.* l'intersection LS & à celle de ses paralleles passeront par un point  $c$  qui est le centre de la ligne de fuite, ou le centre secondaire du tableau, différent du centre principal C. La démonstration est la même que celle des Corollaires précédens, en imaginant un plan qui passe par le point de l'œil Z & par l'une des droites  $P\pi$ , & qui formera la projection  $p\pi$  laquelle rencontrera la ligne de fuite dans le point  $c$ . Et faisant ensuite tourner ce plan autour de l'axe  $Zc$ , celle de toutes ces paralleles, qui est à une distance infinie, aura sa projection dans la ligne de fuite CI, & l'on trouvera comme ci-devant le raport des projections de chaque segment.

### C O R O L L A I R E VII.

*Figure 26.* Tous les points d'intersection des lignes  
*Planche 6.*

objectives avec la ligne de direction RV ont leurs projections à une distance infinie, & par conséquent les lignes objectives qui se coupent dans cette ligne de direction ont leurs projections parallèles, puisque la pointe de l'angle de leurs projections est infiniment éloignée, & réciproquement les lignes objectives, dont les projections sont parallèles, se coupent nécessairement dans la ligne de direction RV. Il suit de-là & des *Corollaires 4 & 6.* que les propriétés de la ligne de direction & de la ligne de fuite sont réciproques par rapport au plan objectif & au tableau.

### COROLLAIRE VIII.

QUANT aux angles ; si la ligne objective, *Figure 26. Planche 6.* comme PL est perpendiculaire à la ligne d'intersection LS, on aura les angles GCL, GLC par les lignes données CG, GL & par l'angle droit CGL ; & en stile d'arithmétique, comme CG est à GL, ainsi le rayon est à la tangente de l'angle GCL.

Mais si la ligne objective comme Pπ est oblique, la position de Pπ étant donnée, on aura son intersection avec LS, par exemple

$g$ , ou la ligne interceptée  $Gg$ . On aura donc la distance des centres  $Cc$ ; & si  $\pi$  est l'intersection de la projection  $p\pi$  de cette ligne oblique avec le rayon  $CG$  (prolongé s'il est nécessaire) les lignes données  $Gg$ ,  $Cc$  donneront la raison de  $Gg \pm Cc$  à  $Cc$ ; c'est-à-dire de  $CG$  à  $C\pi$ ; puisque  $Cg : Cc :: \pi G : C\pi$ ; & en composant ou divisant  $Cg \pm Cc : Cc :: CG : C\pi$ .

On aura donc  $C\pi$  & l'espèce du triangle  $C\pi c$  ou l'angle  $C\pi c$ .

On peut aussi remarquer en passant que dans le premier cas, le rayon  $CG$  étant donné avec la distance  $CL$ , on a l'angle d'inclinaison de la projection  $Lp$ , quelle que soit la longueur de l'axe  $ZC$ ; mais qu'il n'en est pas de même du second cas, puisque  $ZC$  croissant ou décroissant  $Cc$  croît ou décroît.

### C O R O L L A I R E IX.

LES droites élevées sur le plan objectif & parallèles au tableau, ont des projections parallèles. Mais si étant parallèles entr'elles, elles sont inclinées au tableau de quelque façon que ce soit, leurs projections seront conver-



gentes vers un même point , qui sera celui où la droite , qui est parallèle à ces lignes objectives , & qui passe par le point de l'œil , rencontrera le tableau ; c'est ce qu'on nomme le *point de fuite*.

## C O R O L L A I R E X.

Si le tableau , comme il arrive souvent , est supposé droit sur le plan objectif , & si l'on rapporte à ce plan tous les points qui sont dessus , ou dessous par des perpendiculaires , on trouvera leurs projections en cette manière.

Soit la hauteur du point  $\pi$  au-dessus , ou au-dessous du plan objectif égale à  $a$  , & que la perpendiculaire abaissée de ce point sur le plan objectif se rencontre en  $P$  dont la projection trouvée par les règles précédentes soit  $p$ . ( Ce point  $\pi$  n'est point marqué sur la figure ; mais on peut aisément en imaginer la place à la faveur du point  $P$  , où l'on suppose que tombe , sur le plan objectif , la perpendiculaire abaissée de ce point  $\pi$  . ) Prenez sur  $PL$  prolongée , s'il est nécessaire , la partie  $Ll$  ou  $L\lambda$  égale à  $a$  , selon que  $\pi$  est au-dessus ou au-dessous du plan objectif ;

Figure 27.  
Planche .6

menez aussi  $Cl$  ou  $C_\lambda$ , si la ligne  $p\pi$  parallèle à  $PL$  rencontre la droite  $Cl$  ou  $C_\lambda$  en  $\pi$ , le point  $\pi$  sera la projection requise.

Car le point de l'œil  $Z$  & le tableau étant donnés, on a l'axe perpendiculaire  $ZC$ ; & l'élevation de  $\pi$  ou son abaissement par rapport au plan objectif, ne fait autre chose que de rendre le rayon  $CG$  égal à  $CG \mp a$ , c'est-à-dire à  $Cg$  ou  $C_\gamma$ , tout le reste subsistant. Donc par les mêmes analogies qui déterminent  $p$  &  $\pi$ , on aura  $CL : Lp :: Cl : l\pi :: C_\lambda : \lambda\pi$ , & par conséquent  $p\pi$  sera parallèle à  $PL$ .

#### C O R O L L A I R E X I.

Si la hauteur de  $\pi$  est plus grande que celle de l'œil  $Z$ , sa projection sera au-dessus de la ligne de fuite; ce qui revient au troisième Cas du Problème.

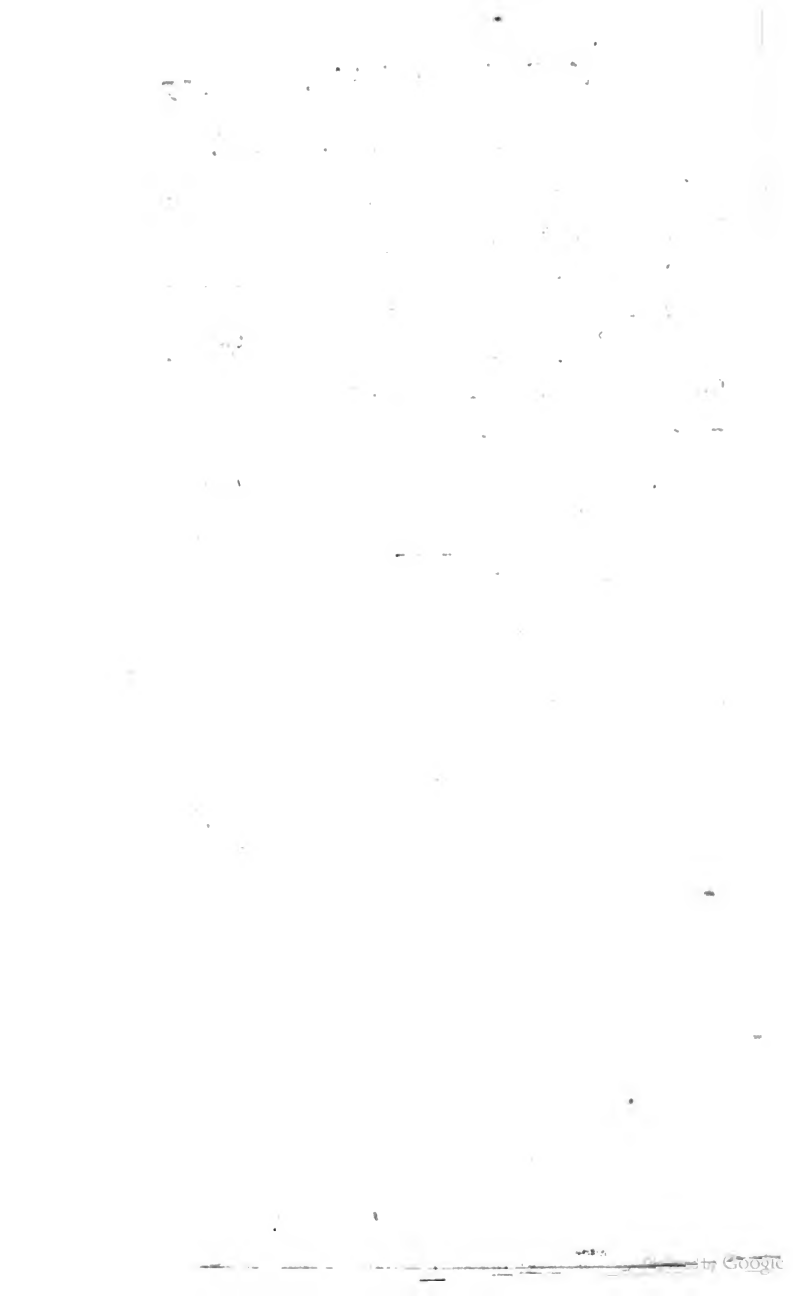
#### C O R O L L A I R E X I I.

La projection d'une figure rectiligne quelconque, se trouve en cherchant les projections des lignes droites qui la terminent.

**C O R O L L A I R E X I I I.**

Si le point de l'œil Z étoit à une distance infinie du tableau & du plan objectif, de sorte que ZP fût toujours parallèle à une ligne droite donnée, on auroit la projection que l'on nomme *orthographique*, qui s'exécute par les mêmes règles, en les appliquant à ce cas particulier.

**F I N.**



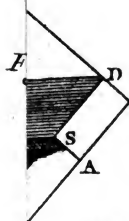


Fig. 7.

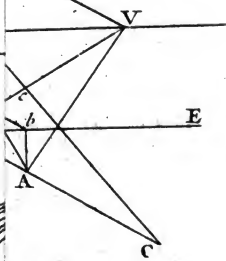
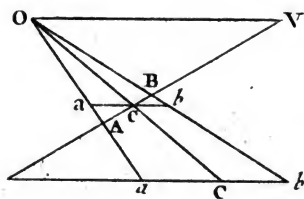


Fig. 8.



Fig. 9.

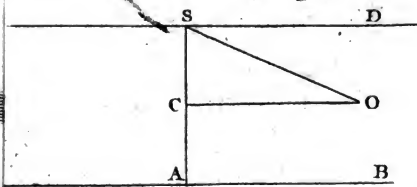
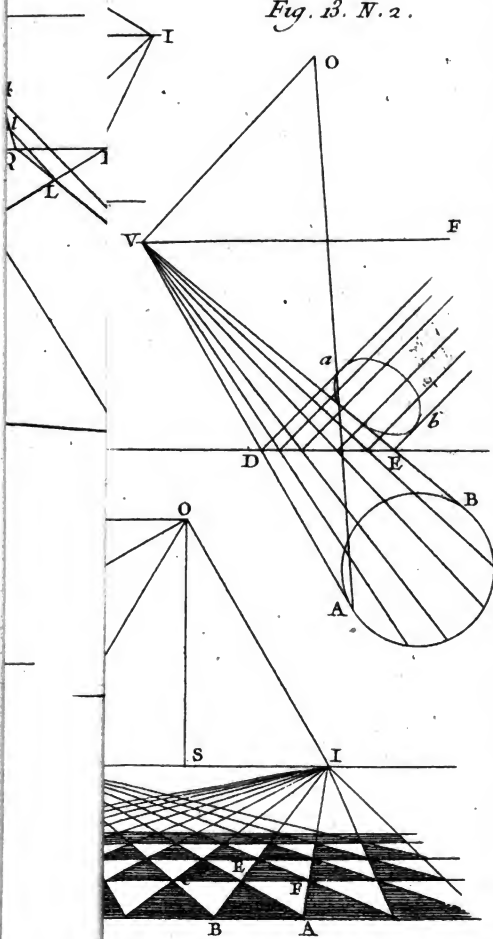




Fig. 13. N. 2.







*Fig. 18.*

